

Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico para el análisis de la política monetaria del Banco Central de Bolivia*

Departamento de Investigaciones en Banca Central**
Subgerencia de Investigaciones Económicas
Asesoría de Política Económica
Banco Central de Bolivia

RESUMEN

El documento tiene por objetivo describir el Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico (MEGDE), elaborado al interior del Banco Central de Bolivia, para contribuir al análisis de la política monetaria en la economía boliviana. Este modelo se ha denominado “MEGDE-Bolivia”. El documento examina, en particular, la estructura teórica del modelo, describiéndose con detalle sus componentes y las interacciones existentes. El aporte es importante en la medida en que el modelo incorpora varias características no estándar en procura de internalizar aspectos intrínsecos de la economía boliviana y de su régimen cambiario y monetario. En particular, se destaca la incorporación de diversos tipos de dolarización y el uso de reglas de política monetaria alternativas junto a instrumentos de intervención en el mercado cambiario.

Clasificación JEL: E32, E52, C61, F41

Palabras clave: MEGDE, dolarización parcial, sector commodities, política monetaria

* Se agradece los consejos y aportes de Juan Pablo Medina para la elaboración del modelo así como los comentarios de Marco Lorusso y la colaboración de Javier García-Cicco. El documento no necesariamente refleja las visiones del Banco Central de Bolivia ni la de sus autoridades.

** Elaborado por funcionarios públicos del BCB.

Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for the analysis of the monetary policy of the Central Bank of Bolivia*

Central Bank Research Department**
Economic Research Sub-Management
Economic Policy Advisory
Central Bank of Bolivia

ABSTRACT

The document aims to describe the Dynamic Stochastic General Equilibrium Model (DSGE), developed within the Central Bank of Bolivia, to contribute to the analysis of monetary policy in the Bolivian economy. This model has been called “MEGDE-Bolivia”. The document examines, in particular, the theoretical structure of the model, describing in detail its components and the existing interactions. The contribution is important to the extent that the model incorporates several non-standard characteristics, in an attempt to internalize intrinsic aspects of the Bolivian economy and its exchange and monetary regime. In particular, the incorporation of various types of dollarization and the use of alternative monetary policy rules, together with intervention instruments in the foreign exchange market, stand out.

JEL Classification: *E32, E52, C61, F41*

Keywords: *DSGE, partial dollarization, commodities sector, monetary policy*

* The advice and contributions of Juan Pablo Medina for the elaboration of the model as well as comments of Marco Lorusso and the collaboration of Javier Garcia-Cicco are appreciated.

The document does not necessarily reflect the view of the Central Bank of Bolivia or its authorities.

** Prepared by public officials of the CBB.

I. Introducción

La literatura de los Modelos de Equilibrio General Dinámico Estocástico (MEGDE o DSGE por sus siglas en inglés) surge con la contribución seminal de Kydland y Prescott (1982) sobre los modelos de ciclos económicos reales que combinan una estructura neoclásica y fundamentos microeconómicos en las decisiones de optimización de los agentes económicos. Básicamente, dicha investigación documenta qué modelos de equilibrio general sin imperfecciones permiten caracterizar las fluctuaciones económicas con la implicación de que no existe un rol para la política económica.

Esta literatura fue sujeta a algunas críticas, viéndose la necesidad de incorporar imperfecciones del mercado como rigideces en los precios y salarios. En esta línea, destacaron las contribuciones de Calvo (1983), Smets y Wouters (2003), Christiano et al. (2005), Galí y Gertler (2007), entre otros. En este marco, el análisis macro y de políticas considera elementos más elaborados, con modelos neokeynesianos, los cuales consideran rigideces de precios, expectativas racionales, relaciones micro-fundadas, intertemporalidad en las decisiones de los agentes y un contexto de equilibrio general.

Al interior de este tipo de modelos, se genera un espacio de acción para las políticas económicas. Dichas herramientas pasaron a formar parte del acervo de modelos empleados por los bancos centrales y otro tipo de instituciones orientadas al diseño de políticas. En efecto, en línea con Tovar (2009), los modelos DSGE son herramientas que pueden coadyuvar en la explicación de las fluctuaciones, en la identificación de choques estructurales, realización de proyecciones, análisis de políticas y en la evaluación de escenarios y contrafactuales.

La aplicación de este enfoque en el análisis y toma de decisiones, especialmente en economías avanzadas, ha sido prominente. En este contexto, algunos de los bancos centrales que han desarrollado sus propios MEGDE han sido el Banco de Canadá, Banco de Inglaterra, Banco Central Europeo, Banco de Noruega, Banco de Suecia y la Reserva Federal de Estados Unidos, entre otros.

Asimismo, las autoridades monetarias de las economías emergentes y en desarrollo mostraron interés en los marcos de discusión a los que conduce esta literatura, derivando en que cada vez más bancos centrales de estas economías elaboren sus propias versiones de MEGDE para incorporarlas como herramientas en el proceso formal de toma de decisiones. En la región, algunos de los bancos centrales que cuentan con sus propios modelos son el Banco Central de Chile (XMAS), Banco de la Reserva de Perú (MEGA-D), Banco de la República de Colombia (PATACON) y Banco Central de Brasil (SAMBA), entre otros.

Uno de los retos, al desarrollar este tipo de herramientas en economías más pequeñas, es la idiosincrasia de las economías emergentes y en desarrollo que, por su naturaleza, están altamente expuestas a choques que originan periodos de alta incertidumbre, vulnerabilidad e inestabilidad. Estos aspectos suelen derivar en cambios de estructuras o aspectos menos convencionales y, por tanto, menos tratados en la literatura general, como la dolarización, régimen cambiario administrado y transiciones de regímenes monetarios¹.

En este contexto, al interior del Banco Central de Bolivia (BCB), se ha ido trabajando en la elaboración de una herramienta que coadyuve con el pronóstico y análisis de corto y mediano plazo. La herramienta denominada “MEGDE-Bolivia” busca contribuir con el instrumental de modelación con el que actualmente cuenta el BCB.

Parte de la motivación en la elaboración del modelo considera los constantes choques que ha enfrentado la economía boliviana, desde el súper ciclo de precios de las materias primas hasta los choques más recientes referidos a la pandemia del Covid-19 y sus efectos sobre las cadenas de suministro global y la inflación global. Estos choques motivan a los hacedores de política del BCB a implementar políticas monetarias y cambiarias para facilitar el ajuste macroeconómico, ejercicio que implica la revisión y actualización constante de las herramientas empleadas.

El reto principal se enmarcó en capturar, de la mejor manera, las condiciones propias de la economía boliviana, aspectos estructurales como economía pequeña, abierta y exportadora de materias primas con fuerte incidencia en el sector de minerales y energético, lo cual está definido en el modelo. En términos de política, el modelo considera que la autoridad monetaria tiene control sobre el tipo de cambio y, a la vez, la definición del mismo está sujeta a la evolución de los activos de reserva. Bajo ese contexto, la política monetaria se conduce bajo un régimen de agregados donde la oferta monetaria es el instrumento que permite otorgar coherencia al marco de política. Cabe destacar que otros aspectos, como la dolarización, también fueron incluidos en el modelo y ello permite conducir una política monetaria no convencional reflejada en el uso diferenciado de encajes.

Dada esta pequeña introducción y como primer paso en la comunicación del instrumental técnico del BCB, el presente documento describe el modelo teórico desarrollado. Para ello, en la siguiente sección, se hace una revisión de los MEGDE que han sido elaborados, estimados y calibrados para la economía boliviana, lo que permitirá enfatizar en los principales aportes del trabajo realizado. En la tercera sección, que es el cuerpo del documento, se desarrolla propiamente la estructura teórica del modelo. La cuarta sección brinda algunas consideraciones y la agenda futura para siguientes publicaciones.

1 Por ejemplo, a finales de 2018, Argentina que mantenía un régimen monetario de metas de inflación se vio forzada a abandonarlo e instaurar uno de agregados monetarios

II. Revisión de la literatura

Para el caso de Bolivia, la literatura sobre aplicaciones de MEGDE tiene poco más de una década. Buena parte de los trabajos tienden a realizar análisis focalizados y omite, a modo de simplificación, algunos elementos relevantes que abarcan desde la estructura de la economía boliviana hasta la forma de conducción de la política económica.

Una porción de las investigaciones aportan con resultados a partir de la calibración y estimación de modelos estándar (estimación usualmente desarrollada con técnicas bayesianas). En un segundo grupo, puede situarse a aquellos documentos que exploran alternativas en el análisis de estructuras y que realizan un esfuerzo para incorporar reglas de política monetaria menos convencionales y más próximas al caso boliviano para, a partir de dicha especificación, evaluar el mecanismo de transmisión de la política monetaria y sus implicancias.

Uno de los primeros trabajos, para el caso boliviano, fue el de Cerezo (2010) que procura evaluar la efectividad de la política monetaria frente a diferentes choques. En términos generales, el modelo calibrado considera competencia monopolística en el mercado de bienes finales, rigideces en el ajuste de precios, expectativas racionales y una regla de política monetaria definida por los desvíos del tipo de cambio nominal respecto a su tendencia, la brecha del producto y la brecha de la inflación.

Por su parte, Díaz y Garrón (2016) utilizan un MEGDE al que se incorporan fricciones financieras con el objetivo de comprender las interacciones entre el sector bancario y el resto de los sectores. Sus resultados reflejan que inyecciones de liquidez contribuirían a reducir la fragilidad financiera. No obstante, el modelo analizado considera el enfoque de economía cerrada sin la intervención del gobierno y asume la existencia de competencia perfecta en el sistema bancario.

Valdivia (2016) analiza la interacción de la política monetaria y fiscal. El modelo incluye fricciones financieras y un sector fiscal en el que las fuentes de ingresos incluyen la recaudación de impuestos y la venta de gas (cuyo precio sigue un proceso exógeno). La política monetaria se rige a partir de una regla cuyo instrumento es la tasa de interés y las fricciones financieras se incorporan a partir de la modelación de un sector bancario.

Entre los documentos que evalúan reglas alternativas de política monetaria, puede mencionarse el trabajo de Zeballos et al. (2018) en el que se incluye una regla de agregados monetarios y se evalúan posibles cambios de régimen. Los autores encuentran evidencia de cambios significativos en los parámetros de la regla de política monetaria, denotando una intervención más activa por parte del Banco Central en la mitigación de los efectos de las fluctuaciones macro.

Valdivia y Valdivia (2019) evalúan una regla de política monetaria microfundada. Esta regla, como lo describen los autores, explica cómo la oferta monetaria reacciona a la brecha del producto, a las expectativas de inflación, a la expectativa del producto, a la brecha de la tasa de interés y a la tasa de interés observada.

III. Consideraciones del caso boliviano

En esta sección, se describen algunos de los principales elementos que fueron analizados para la construcción del MEGDE-Bolivia. Inicialmente se debe mencionar que el modelo desarrollado es de escala mediana y sigue los preceptos neo-keynesianos. Por una parte, el modelo incorpora varias características habitualmente encontradas en la literatura que son componentes relativamente estándar en los modelos empleados por otros bancos centrales (e.g. con regímenes monetarios estándar).

Por otro lado, también incluye diversos aditamentos cuyo uso es menos extendido y que se orientan precisamente a internalizar las características intrínsecas de la economía boliviana y de su régimen monetario y cambiario. Como se mencionó anteriormente, la economía boliviana presenta cualidades que son analizadas limitadamente en la literatura, aspecto que planteó desafíos técnicos durante el desarrollo de esta herramienta.

III.1. Elementos estándar

En principio, el modelo está basado en el trabajo de Galí y Monacelli (2005) para economías pequeñas y abiertas (como la boliviana). Empero, fue extendido en varias direcciones. Por una parte, este modelo incluye rigideces nominales de precios y de salarios; en consecuencia, la política monetaria, al afectar la tasa de interés real, tiene efectos sobre los sectores financiero y real de la economía boliviana. El modelo también considera otros factores tradicionales, tales como traspaso imperfecto del tipo de cambio a los precios de los bienes importados, capital como insumo productivo, y un grado de inercia en ciertos componentes de la demanda interna como la presencia de hábitos en consumo y costos de ajuste (al estilo *time-to-build*) en la inversión en capital.

III.2. Elementos específicos

Una de las principales características de las economías emergentes y en desarrollo, como son las de América Latina, es la presencia de un sistema bi-monetario por lo que resulta fundamental la inclusión de un grado de dolarización parcial². En ese sentido, este modelo incluye un sector financiero con costos de

2 Existen varios modelos estructurales que se centran en aspectos parciales de la dolarización. Por ejemplo, Felices y Tuesta (2010) y Kumamoto y Kumamoto (2017) solo modelan la dolarización monetaria mientras que Brzoza-Brzezina, Kolasa y Makarski (2015) se enfocan solo en la dolarización de préstamos. El modelo MEGA-D del Banco Central de la Reserva del Perú también consideraba la dolarización, pero la asume fija a lo largo del ciclo económico.

portafolio que permite tener préstamos y depósitos, tanto en moneda nacional (MN) como en moneda extranjera (ME). Este aspecto también permite tener tasas de interés activa y pasiva tanto en MN como en ME. La demanda de préstamos por parte de las empresas contiene una sustitución imperfecta entre fondos en MN y fondos en ME. Esto da lugar a que las variaciones en el ratio de préstamos en MN y préstamos en ME respondan al cambio a las tasas de interés activas en MN y ME y a las expectativas de depreciación del tipo de cambio. Este aspecto es un punto clave puesto que permite que la dolarización sea fluctuante en línea con el ciclo económico. Con ello se logra analizar los efectos de las políticas del BCB, así como otros choques, sobre las decisiones de portafolio de los agentes económicos y sus respectivas consecuencias sobre el resto de la economía.

Un aspecto importante, ligado al anterior punto, es que el modelo asume que el BCB utiliza la política cambiaria para afectar a la economía, es decir, el tipo de cambio no es flexible, como se presenta en la mayor parte de la literatura al respecto. Al contrario, en Bolivia, se cuenta con un régimen de tipo de cambio reptante (*crawling-peg*, por su denominación en inglés). En este caso, se permite al BCB utilizar intervenciones en las reservas internacionales (compra y venta de dólares) como un instrumento de estabilización cambiaria (mantener estable el tipo de cambio nominal).

Un elemento crítico es poder introducir mecanismos que permitan tener integración financiera imperfecta con el resto del mundo para poder obtener algún grado de estabilidad cambiaria con algún grado de autonomía monetaria. La elección de la regla de política monetaria también resultó un desafío puesto que la política monetaria está determinada bajo un régimen de metas de cantidades. Por lo tanto, se consideró, como instrumento, a la oferta monetaria. No obstante, el BCB también puede afectar a la economía usando el encaje legal, el cual está diferenciado por monedas.

Por lo tanto, este modelo es extremadamente complejo e innovador para poder caracterizar la economía boliviana en términos de su régimen monetario (basado en metas de cantidades) conviviendo con diferentes tipos de dolarización (dinero en efectivo, depósitos y créditos) que fluctúan con el ciclo económico, junto con intervenciones cambiarias (usando las reservas internacionales) que pueden dar algún grado de autonomía a la política monetaria con un tipo de cambio estable. Estas son algunas de las principales características que diferencian al MEGDE-Bolivia respecto a otros modelos de este tipo que fueron desarrollados en otros bancos centrales.

Por otro lado, el MEGDE-Bolivia considera, además, otros aspectos de la economía en relación a sus principales ingresos. Al igual que en otros países en América del Sur, éstos provienen de la venta de materias primas, por lo que el desenvolvimiento de este último se constituye en un factor fundamental a la hora de explicar el ciclo económico. En ese sentido, se separó la producción en

dos sectores principales: sectores vinculados a los recursos naturales (RRNN), que incluyen producción minera y de hidrocarburos, y el resto de los sectores (los cuales se denominaron como los no RRNN). En cada uno de estos sectores, los factores productivos son trabajo y capital, específicos al sector. Esto último (capital específico en cada sector) es relevante para capturar el hecho de que la reasignación de factores entre sectores es limitada en el corto plazo. Finalmente, en línea con la inercia de la demanda agregada, la inversión en capital también tiene un costo de ajuste en el estilo *time to build*.

Por último, se incluye el sector fiscal donde los ingresos provienen tanto de impuestos o ingresos fiscales provenientes del sector de RRNN, como de impuestos al resto de los sectores (no RRNN). El gasto público tendría efectos en el Producto Interno Bruto (PIB) y el empleo, como es usual en este tipo de modelos. Sin embargo, el gasto público puede ser destinado a bienes finales o de capital. Se consideró el capital público como un insumo en el sector no RRNN, por lo que tiene un efecto productivo tal como lo asumen Baxter y King (1993). Esta diferenciación permite tener un rol distinto del efecto cíclico de la política fiscal sobre la economía, dependiendo de si el gasto público es en bienes finales, o destinado a la inversión.

IV. El modelo

El modelo está basado en el trabajo de Galí y Monacelli (2005) para economías pequeñas y abiertas, pero fue extendido en varias dimensiones menos habituales para reflejar las particularidades de la economía boliviana.

Uno de los principales aspectos fue la inclusión de dolarización parcial en la economía. Por una parte, los hogares pueden tener depósitos en ME, acorde con el trabajo de Felices y Tuesta (2010), mientras que, para incorporar la dolarización de préstamos y un rol del encaje legal diferenciado en monedas, se modeló un sector bancario siguiendo a Christoffel y Schabert (2015).

Otro aspecto relevante, ligado al anterior punto, es que el BCB utiliza la política cambiaria para afectar a la economía. Para tal efecto, siguiendo a Ostry et al. (2012), se permite al banco central recurrir a intervenciones en reservas internacionales como un instrumento de estabilización cambiaria. En ese sentido, fue fundamental introducir un grado de integración financiera imperfecta con el resto del mundo, con el propósito de poder tener estabilidad cambiaria junto con un grado de autonomía de la política monetaria. Esta última se maneja bajo un régimen de metas de cantidades.

Las incorporaciones de estos aspectos representaron un desafío técnico. Por una parte, la dolarización endógena modifica los criterios para la determinación del modelo de equilibrio general, lo cual modifica las regiones donde la regla de política monetaria garantiza un equilibrio único y/o estable (Felices y Tuesta, 2010). Por otra parte, la efectividad de los cambios en las reservas depende

de la respuesta endógena de la liquidez interna en ME. Esto se debe a que los cambios en las reservas internacionales afectan el portafolio privado de activos externos en dos dimensiones: bonos externos y dinero en ME.

Por otro lado, usualmente, los modelos con intervenciones esterilizadas que buscan estabilizar el tipo de cambio no consideran la dolarización del dinero. Esto se debe a que al incluir esta dolarización es necesario modificar el mecanismo del portafolio externo de forma de evitar que estas reservas se compensen exclusivamente con cambios en el dinero en ME. Hasta el momento, no se tiene conocimiento de otros modelos estructurales que contemplen simultáneamente dolarización e intervenciones de reservas esterilizadas efectivas, tal como se considera en el presente modelo. Por ello, el modelo presenta una innovación importante en este aspecto.

Los agentes y sus interrelaciones en el modelo a *shocks* domésticos y externos se pueden apreciar gráficamente en el siguiente diagrama:



Fuente: Elaboración propia.

En las siguientes subsecciones se describe con mayor detalle los diferentes agentes que conforman el modelo y sus decisiones, así como el equilibrio agregado obtenido.

IV.1. Hogares

Existe un continuo de hogares en la economía local indexada por $j \in [0,1]$. Cada hogar j tiene las siguientes preferencias intertemporales:

$$\mathbb{E}_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \exp(g_t) \left[u(C_t(j) - H_{c,t}, Z_t(j) - H_{z,t}) - \psi_N \exp(\varphi_{N,t}) \frac{N_t(j)^{1+\sigma_N}}{1 + \sigma_N} \right] \right] \quad (1)$$

donde la función de utilidad depende del consumo, $C_t(j)$, el nivel de depósitos,

$Z_t(j)$ y de la oferta de trabajo, $N_t(j)$. β es el factor de descuento, g_t es un *shock* en las preferencias, ψ_N es el parámetro de desutilidad del trabajo y φ_{N_t} es un *shock* en la oferta de trabajo. Además, tanto el consumo como los depósitos tienen hábitos, donde $H_{c,t} = h_c C_{t-1}$ y $H_{z,t} = h_z Z_{t-1}$. En las expresiones anteriores, C_t y Z_t denotan el nivel agregado de consumo y depósitos en el periodo t .

El nivel agregado de depósitos, Z_t , es un compuesto de depósitos en moneda nacional (MN) y moneda extranjera (ME):

$$Z_t(j) = \left[(\nu)^{1/\chi} \left(\frac{D_t(j)}{P_t} \right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-\nu)^{1/\chi} \left(\frac{\varepsilon_t D_t^*(j)}{P_t} \right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} \right]^{\frac{\chi}{\chi-1}} \quad (2)$$

donde P_t es el nivel de precios de la canasta de consumo, ε_t es el tipo de cambio nominal expresado como unidades de la MN por una unidad de la ME (dólares), $D_t(j)$ es la demanda por depósitos en moneda local, $D_t^*(j)$ es la demanda por depósitos en moneda externa, ν es la ponderación de los depósitos en MN en el agregado Z_t y χ es la elasticidad de sustitución entre depósitos en MN y en ME.

La restricción presupuestaria del hogar j es la siguiente:

$$P_t C_t(j) + \frac{D_t(j)}{R_{D,t}} + \frac{\varepsilon_t D_t^*(j)}{R_{D^*,t}} + \mathbb{E}_t [\varphi_{t,t+1} a_{t,t+1}(j)] = \left(\begin{array}{l} W_t(j)N_t(j) + D_{t-1}(j) \\ + \varepsilon_t D_{t-1}^*(j) + a_{t-1,t}(j) \\ + \Pi_t - P_t T_t \end{array} \right) \quad (3)$$

donde $a_{t,t+1}(j)$ son bonos locales contingentes del periodo t al periodo $t+1$ que tienen un precio dividido por la probabilidad de ocurrencia del estado en $t+1$ de $\varphi_{t,t+1}$; $R_{D,t}$ es la tasa de interés de los depósitos en MN, $R_{D^*,t}$ es la tasa de interés de los depósitos en ME, ε_t es el tipo de cambio nominal (en unidades de MN por una unidad de ME), $W_t(j)$ son los salarios del hogar j , Π_t son los beneficios de las empresas y los bancos locales que recibe cada hogar y T_t son los impuestos de suma alzada que paga cada hogar al gobierno.

Se asume que el trabajo es diferenciado de forma tal que cada hogar tiene un poder de mercado en la fijación de salarios. Las rentas monopsónicas que reciben los trabajadores les permite tener salarios rígidos. También se asume que existe un conjunto completo de activos contingentes locales de forma que las fluctuaciones idiosincráticas del ingreso de cada hogar, por la presencia de salarios rígidos, son completamente diversificadas. De esta manera, la utilidad marginal de consumo y de los depósitos es la misma en cada hogar j . Por lo tanto, para las decisiones de consumo, depósitos y activos financieros podemos eliminar la referencia al hogar j .

Definiendo $d_t = \frac{D_t}{P_t}$ y $d_t^* = \frac{s_t D_t^*}{P_t}$, las condiciones de primer orden con respecto a C_t , D_t , D_t^* y $a_{t,t+1}$ son:

$$e^{g_t} u_{C,t} = \lambda_t \quad (4)$$

$$\varphi_{t,t+1} = \beta \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \quad (5)$$

$$\lambda_t = \beta R_t \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \quad (6)$$

$$\lambda_t = \beta R_{D,t} \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] + e^{g_t} u_{Z,t} Z_{d,t} \quad (7)$$

$$\lambda_t = \beta R_{D^*,t} \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t} \right] + e^{g_t} u_{Z,t} Z_{d^*,t} \quad (8)$$

donde λ_t es el multiplicador de Lagrange de la restricción presupuestaria (3) en el período t y corresponde a la utilidad marginal del ingreso en t . Por su parte, u_{X_t} denota la derivada de la función de utilidad con respecto al argumento $X = C, Z, N$ en el período t , mientras que, $Z_{v,t}$ es la derivada de Z con respecto a $v = d, d^*$ en el período t .

La canasta de consumo es una combinación de bienes locales, importados y *commodities* (hidrocarburos). El consumo en bienes locales es denotado por $C_{H,t}$, el consumo en bienes importados por $C_{F,t}$ y el consumo de bienes *commodities* por $C_{CO,t}$. Las preferencias por consumo en bienes locales e importados se combinan de la siguiente forma:

$$C_{Z,t} = \left[(1 - \alpha_C)^{1/\eta_C} (C_{H,t})^{\frac{\eta_C - 1}{\eta_C}} + (\alpha_C)^{1/\eta_C} (C_{F,t})^{\frac{\eta_C - 1}{\eta_C}} \right]^{\frac{\eta_C}{\eta_C - 1}} \quad (9)$$

donde α_C es la ponderación de los bienes importados en la canasta combinada y η_C es la elasticidad de sustitución entre bienes locales e importados.

Por su parte, la canasta de consumo total está dada por:

$$C_t = \left[(1 - \omega_C)^{1/\theta_C} (C_{Z,t})^{\frac{\theta_C - 1}{\theta_C}} + (\omega_C)^{1/\theta_C} (C_{CO,t})^{\frac{\theta_C - 1}{\theta_C}} \right]^{\frac{\theta_C}{\theta_C - 1}} \quad (10)$$

donde ω_C es la ponderación de los bienes *commodities* en la canasta de consumo final y θ_C es la elasticidad de sustitución entre los bienes *commodities* y el consumo combinado de bienes locales e importados.

Denominando el precio de los bienes locales como $P_{H,t}$, el precio de los bienes importados como $P_{F,t}$ y el precio de los *commodities* como $P_{CO,t}$, la demanda por cada tipo de bien se obtiene minimizando el valor de la canasta de consumo:

$$C_{H,t} = (1 - \alpha_C) \left(\frac{P_{H,t}}{P_{Z,t}} \right)^{-\eta_C} C_{Z,t} \quad (11)$$

$$C_{F,t} = \alpha_C \left(\frac{P_{F,t}}{P_{Z,t}} \right)^{-\eta_C} C_{Z,t} \quad (12)$$

$$C_{Z,t} = (1 - \omega_C) \left(\frac{P_{Z,t}}{P_t} \right)^{-\theta_C} C_t \quad (13)$$

$$C_{CO,t} = \omega_C \left(\frac{P_{CO,t}}{P_t} \right)^{-\theta_C} C_t \quad (14)$$

donde el nivel de precios de la canasta de consumo se expresa como:

$$P_t = \left[(1 - \omega_C) (P_{Z,t})^{1-\theta_C} + \omega_C (P_{CO,t})^{1-\theta_C} \right]^{\frac{1}{1-\theta_C}} \quad (15)$$

$$P_{Z,t} = \left[(1 - \alpha_C) (P_{H,t})^{1-\eta_C} + \alpha_C (P_{F,t})^{1-\eta_C} \right]^{\frac{1}{1-\eta_C}} \quad (16)$$

Las expresiones anteriores pueden reescribirse de la siguiente forma:

$$1 = \left[(1 - \omega_C) \left(\frac{P_{Z,t}}{P_t} \right)^{1-\theta_C} + \omega_C \left(\frac{P_{CO,t}}{P_t} \right)^{1-\theta_C} \right]^{\frac{1}{1-\theta_C}} \quad (17)$$

$$\frac{P_{Z,t}}{P_t} = \left[(1 - \alpha_C) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_C} + \alpha_C \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_C} \right]^{\frac{1}{1-\eta_C}} \quad (18)$$

IV.2. Oferta de trabajo

Las condiciones de primer orden con respecto a la oferta de trabajo y salario del hogar j son más complejas. La fuerza laboral usada por las empresas productivas es proporcionada por un ensamblador competitivo que usa la oferta de trabajo de cada hogar j para obtener un insumo-trabajo agregado. El ensamblador de trabajo agrega el empleo diferenciado de cada hogar j con la siguiente tecnología:

$$N_t^D = \left(\int_0^1 N_t(j)^{\frac{\epsilon_N - 1}{\epsilon_N}} \right)^{\frac{\epsilon_N}{\epsilon_N - 1}} \quad (19)$$

donde ϵ_N es la elasticidad de sustitución entre las ofertas de cada hogar y N_t^D es la oferta de trabajo agregada. El ensamblador del trabajo maximiza sus beneficios sujetos a la ecuación (19), tomando como dados los salarios de cada hogar $W_t(j)$ y el salario agregado W_t :

$$\max W_t N_t^D - \int_0^1 W_t(j) N_t(j) dj$$

Las condiciones de primer orden implican:

$$N_t(j) = N_t^D \left(\frac{W_t(j)}{W_t} \right)^{-\epsilon_N} \quad \forall j \in [0, 1] \tag{20}$$

$$W_t = \left(\int_0^1 W_t(j)^{1-\epsilon_N} dj \right)^{\frac{1}{1-\epsilon_N}} \tag{21}$$

Los hogares fijan su salario diferenciado siguiendo un esquema a la Calvo (1983). En cada periodo, una fracción $(1-\theta_w)$ de los hogares puede elegir óptimamente su salario. Todos los otros hogares, una fracción (θ_w) , ajustan su salario según un promedio geométrico entre la inflación pasada $(\pi_{w,t} = \frac{P_{w,t}}{P_{w,t-1}})$ y la inflación meta $(\bar{\pi})$.

Lo anterior implica que si un hogar eligió óptimamente su salario en el periodo t en un valor $W_t(j)$ y no puede cambiar su salario por los siguientes τ periodos, su salario en el periodo $t + \tau$ es $W_{t+\tau}(j) = [\pi_{t+1}^{\xi_N} \pi_{t+1}^{\xi_N} \bar{\pi}^{1-\xi_N}] W_t(j)$. La ponderación de la inflación pasada es $\xi_N \in [0, 1]$ y la ponderación de la inflación meta es $(1-\xi_N)$.

Así, cada hogar puede reoptimizar su salario en el periodo t , maximizando la suma presente descontada de utilidad, condicional a no poder reoptimizar sus salarios en el futuro y sujeto a su restricción presupuestaria, la demanda por trabajo que enfrenta, y la regla automática de actualización de su salario:

$$\max_{W_t(j)} \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta \theta_w)^\tau \{ u_{t+\tau}(j) + \lambda_{t+\tau} P_{C,t+\tau}^{-1} BC_{t+\tau}(j) \}$$

donde $u_{t+\tau}(j)$ denota la función de utilidad en el periodo $(t + \tau)$ en la ecuación (1), $BC_{t+\tau}(j)$ se refiere a la restricción presupuestaria del hogar establecida en la ecuación (3) en el periodo $(t + \tau)$ y la demanda por trabajo (20) se escribe como:

$$N_{t+\tau}(j) = \left(\frac{\Gamma_{W,t}^\tau W_t(j)}{W_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_N} N_{t+\tau}^D$$

donde $\Gamma_{W,t}^\tau = \pi_{t+1}^{\xi_N} \pi_{t+1}^{\xi_N} \bar{\pi}^{1-\xi_N}$.

Todos los hogares eligiendo óptimamente su salario en el periodo t definirán el mismo valor, por lo que $\hat{W}_t(j) = \hat{W}_t$, con lo cual, la condición de primer orden de la optimización del salario es:

$$\mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta_W)^\tau \left\{ \begin{array}{l} (1 - \epsilon_N) \Lambda_{t+\tau} (\Gamma_{W,t}^\tau)^{1-\epsilon_N} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_N} N_{t+\tau}^D \\ + \frac{\epsilon_N}{\widehat{W}_t} e^{g_{t+\tau}} e^{\varphi_{N,t}} \psi_L \left(\frac{\Gamma_{W,t}^\tau \widehat{W}_t}{W_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_N(1+\sigma_N)} (N_{t+\tau}^D)^{1+\sigma_N} \end{array} \right\} = 0$$

donde $\Lambda_{t+\tau} = \lambda_{t+\tau} P_{t+\tau}^{-1}$. La última expresión puede ser escrita como:

$$\frac{\epsilon_N - 1}{\epsilon_N} \widehat{W}_t \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta_W)^\tau \Lambda_{t+\tau} (\Gamma_{W,t}^\tau)^{1-\epsilon_N} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_N} N_{t+\tau}^D =$$

$$\mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta_W)^\tau \left(e^{g_{t+\tau}} e^{\varphi_{N,t}} \psi_L (\Gamma_{W,t}^\tau)^{-\epsilon_N(1+\sigma_N)} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_N(1+\sigma_N)} (N_{t+\tau}^D)^{1+\sigma_N} \right)$$

Definiendo:

$$f_{W,t}^1 = \frac{\epsilon_N - 1}{\epsilon_N} \widehat{W}_t \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta_W)^\tau \Lambda_{t+\tau} (\Gamma_{W,t}^\tau)^{1-\epsilon_N} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_N} N_{t+\tau}^D$$

$$f_{W,t}^2 = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta_W)^\tau \left(e^{g_{t+\tau}} e^{\varphi_{N,t}} \psi_L (\Gamma_{W,t}^\tau)^{-\epsilon_N(1+\sigma_N)} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_N(1+\sigma_N)} (N_{t+\tau}^D)^{1+\sigma_N} \right)$$

donde

$$f_{W,t}^1 = f_{W,t}^2 \quad (22)$$

Es una forma de escribir la condición de optimización. Si se expresa $f_{W,t}^1$ y $f_{W,t}^2$ de forma recursiva y después de unos cálculos se puede obtener que:

$$f_{W,t}^1 = \frac{\epsilon_N - 1}{\epsilon_N} \frac{\widehat{W}_t}{P_t} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_t} \right)^{-\epsilon_N} \lambda_t N_t^D + \beta\theta_W \mathbb{E}_t (\Gamma_{W,t}^1)^{1-\epsilon_N} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_{t+1}} \right)^{1-\epsilon_N} f_{W,t+1}^1 \quad (23)$$

$$f_{W,t}^2 = e^{g_t} e^{\varphi_{N,t}} \psi_N \left[\left(\frac{\widehat{W}_t}{W_t} \right)^{-\epsilon_N} N_t^D \right]^{1+\sigma_N} + (\beta\theta_W) \mathbb{E}_t (\Gamma_{W,t}^1)^{-\epsilon_N(1+\sigma_N)} \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_{t+1}} \right)^{-\epsilon_N(1+\sigma_N)} f_{W,t+1}^2 \quad (24)$$

Finalmente, notar que, en un equilibrio simétrico, en cada periodo, una fracción $(1-\theta_w)$ de los hogares fija \widehat{W}_t como su salario, mientras que, la fracción restante θ_w actualiza sus salarios de forma automática. Por lo tanto, el salario agregado evoluciona de la siguiente manera:

$$\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^{1-\epsilon_N} = \theta_w \left(\Pi_t^{\xi_N} \bar{\Pi}^{1-\xi_N}\right)^{1-\epsilon_N} \left(\frac{W_{t-1}}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t}\right)^{1-\epsilon_N} + (1-\theta_w) \left(\frac{\widehat{W}_t}{P_t}\right)^{1-\epsilon_N} \quad (25)$$

IV.3. Sector bienes locales

Existen dos tipos de empresas en el sector de bienes locales. El primero son un grupo de empresas mayoristas que producen bienes locales diferenciados y que utilizan como único factor productivo el trabajo. Mientras que el segundo es un grupo de empresas minoristas que compran estos bienes locales diferenciados y los combinan en un bien local final que se vende a los hogares tanto locales como extranjeros.

Las empresas minoristas operan de manera perfectamente competitiva, tomando los precios como dados. Estas empresas minoristas venden $Y_{H,t}$ unidades del bien local final según la siguiente tecnología de agregación:

$$Y_{H,t} = \left(\int_0^1 (Y_{H,t}(j_H))^{1-1/\epsilon_H} dj_H \right)^{\frac{\epsilon_H}{1-\epsilon_H}} \quad (26)$$

donde $Y_{H,t}(j_H)$ son las unidades del bien local diferenciado de tipo j_H usado por la empresa minorista. Se asume que existe un gran número de bienes locales diferenciados de forma que son un continuo de tipos $j_H \in [0,1]$. Se debe notar que ϵ_H es la elasticidad de sustitución entre los bienes locales diferenciados.

Considerando que las empresas minoristas toman como dado el precio de cada bien local diferenciado, $P_{H,t}(j_H)$, la minimización de costos de estas empresas proporciona la siguiente demanda por cada bien local diferenciado para satisfacer una producción del bien local diferenciado de $Y_{H,t}$:

$$Y_{H,t}(j_H) = \left(\frac{P_{H,t}(j_H)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon_H} Y_{H,t} \quad (27)$$

donde $P_{H,t}$ es el nivel de precio de los bienes locales finales, el cual está dado por:

$$P_{H,t} = \left(\int_0^1 (P_{H,t}(j_H))^{1-\epsilon_H} dj_H \right)^{\frac{1}{1-\epsilon_H}} \quad (28)$$

Por su parte, las empresas mayoristas de tipo j_H producen el bien local diferenciado, $Y_{H,t}(j_H)$, con la siguiente tecnología:

$$Y_{H,t}(j_H) = A_{H,t} (K_{H,t}(j_H))^{\alpha_H} (N_{H,t}(j_H))^{1-\alpha_H} (K_{G,t-1})^{\lambda_H}$$

donde $A_{H,t}$ es el nivel de productividad exógeno e igual para todas las empresas mayoristas, $K_{H,t}(j_H)$ es el capital privado usado por la empresa mayorista de tipo j_H , $N_{H,t}(j_H)$ es la cantidad de trabajo usado por la empresa mayorista de tipo j_H , y $K_{G,t-1}$ es capital público común para todas las empresas mayoristas. $\alpha_H \in [0,1]$ es la elasticidad de la producción de bienes locales al capital privado y $(1 - \alpha_H)$ es la elasticidad con respecto al trabajo. El exponente λ_H controla la importancia del capital público en la producción de bienes locales.

El costo total unitario del trabajo y capital privado está dado por:

$$CT_{H,t} = \left(\frac{1}{\alpha_H}\right)^{\alpha_H} \left(\frac{1}{1-\alpha_H}\right)^{1-\alpha_H} \frac{R_{K,t}^{\alpha_H} W_t^{1-\alpha_H}}{A_{H,t} K_{G,t-1}^{\lambda_H}} \quad (29)$$

La demanda relativa entre capital y trabajo para cualquier empresa en este sector satisface:

$$\frac{R_{K,t} K_{H,t-1}}{W_t N_{H,t}} = \frac{\alpha_H}{1-\alpha_H} \quad (30)$$

En las expresiones (29) y (30) no se utiliza la referencia a j_H porque los factores privados (trabajo y capital privado) presentan retornos constantes de escala.

La empresa mayorista j_H demanda una cantidad de préstamos en MN ($L_t(j_H)$) y en ME ($L_t^*(j_H)$) y minimiza los costos de los préstamos adquiridos ($R_{L,t}$ es la tasa de interés de los préstamos en MN y $R_{L,t}^*$ es la tasa de interés de los préstamos en ME):

$$\min_{L_t, L_t^*} R_{L,t} L_t(j_H) + \mathbb{E}_t[\mathcal{E}_{t+1}] R_{L,t}^* L_t^*(j_H) \quad (31)$$

sujeito a:

$$\left[\phi_L^{\frac{1}{\eta_L}} (L_t(j_H))^{1-\frac{1}{\eta_L}} + (1-\phi_L)^{\frac{1}{\eta_L}} (\mathcal{E}_t L_t^*(j_H))^{1-\frac{1}{\eta_L}} \right]^{\frac{\eta_L}{\eta_L-1}} = \theta_L CT_{H,t} Y_{H,t}(j_H) \quad (32)$$

Estas empresas mayoristas deben pagar una fracción $\theta_L \in [0,1]$ del costo de trabajo y capital privado un periodo antes que suceda la producción, tomando préstamos tanto en MN como en ME donde ϕ_L define la ponderación de los préstamos en MN, mientras que η_L es la elasticidad de sustitución entre los créditos en MN y en ME. La combinación óptima de los préstamos en MN y ME satisface la siguiente condición:

$$\left(\frac{R_{L,t}}{R_{L,t}^* \mathbb{E}_t[\mathcal{E}_{t+1}/\mathcal{E}_t]} \right) = \left(\frac{\phi_L \mathcal{E}_t L_t^*}{(1 - \phi_L) L_t} \right)^{1/\eta_L} \quad (33)$$

De esta forma, los costos marginales finales ($MC_{H,t}$) para las empresas mayoristas pueden expresarse como:

$$MC_{H,t} = (1 + \theta_L R_{L,t}^a) CT_{H,t} \quad (34)$$

donde $R_{L,t}^a$ es la tasa de interés promedio de los créditos y está dada por:

$$R_{L,t}^a = [\phi_L (R_{L,t})^{1-\eta_L} + (1 - \phi_L) (\mathbb{E}[\mathcal{E}_{t+1}/\mathcal{E}_t] R_{L,t}^*)^{1-\eta_L}]^{\frac{1}{1-\eta_L}} \quad (35)$$

A diferencia de las firmas minoristas, las empresas mayoristas tienen poder de mercado para fijar sus precios por encima de los costos marginales. Sin embargo, estas últimas enfrentan una rigidez nominal para ajustar su precio libremente en cada período (Calvo, 1983). En particular, se asume que cada empresa mayorista recibe una señal independiente que les permite fijar óptimamente su precio en cada periodo con probabilidad $(1-\theta_H)$. Con esto, en cada periodo, una fracción $(1-\theta_H)$ de las empresas mayoristas ajusta óptimamente su precio y una fracción (θ_H) ajusta su precio según un promedio ponderado entre la inflación meta y la inflación pasada de los bienes H . La empresa mayorista debe satisfacer su demanda al precio que tenga en cada periodo.

De esta forma, el problema de optimización de una empresa mayorista que recibe la señal para ajustar su precio en el periodo t es el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{\tilde{P}_{H,t}} \quad & \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta_H)^\tau \Lambda_{t,t+\tau} \left(\tilde{P}_{H,t} \Gamma_{H,t}^\tau Y_{H,t+\tau}(j_H) - MC_{t+\tau} Y_{H,t+\tau}(j_H) \right) \right] \\ \text{Sujeto a} \quad & Y_{H,t+\tau}(j_H) = \left(\frac{\Gamma_{H,t}^\tau \tilde{P}_{H,t}}{P_{H,t+\tau}} \right)^{-\epsilon_H} Y_{H,t+\tau} \\ & \Gamma_{H,t}^\tau = \prod_{i=1}^{\tau} \Pi_{H,t+i-1}^{\chi_H} \bar{\Pi}^{1-\chi_H} \end{aligned}$$

donde $\pi_{H,t} = \frac{P_{H,t}}{P_{H,t-1}}$ y $\chi_H \in [0,1]$ es la ponderación de la inflación pasada en esta regla de actualización automática $\Gamma_{H,t}^\tau$.

$\Lambda_{t,t+\tau}$ es el factor de descuento estocástico usado para obtener el valor presente descontado de los beneficios de la empresa mayorista. En equilibrio:

$$\Lambda_{t,t+\tau} = \beta^\tau \exp(g_{t+\tau} - g_t) (u_{C,t+\tau}/u_{C,t}) (P_t/P_{t+\tau})$$

La condición de optimalidad de este problema es:

$$P_{H,t}^o \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta_H)^\tau \lambda_{t,t+\tau} (\Gamma_{H,t}^\tau Y_{H,t+\tau}(j_H)) \right] = \frac{\epsilon_H}{\epsilon_H - 1} \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta_H)^\tau \lambda_{t,t+\tau} (MC_{t+\tau} Y_{H,t+\tau}(j_H)) \right] \quad (36)$$

donde $P_{H,t}^o$ es el precio óptimo de las empresas mayoristas que reciben una señal en el periodo t para elegir óptimamente su precio. Por lo que:

$$Y_{H,t+\tau}(j_H) = \left(\frac{\Gamma_{H,t}^\tau P_{H,t}^o}{P_{H,t+\tau}} \right)^{-\epsilon_H} Y_{H,t+\tau}$$

Si bien, algunas empresas mayoristas están recibiendo la señal para ajustar óptimamente su precio y otras no la están recibiendo, igualmente todas las empresas elegirán las mismas estrategias de precios. Con esta simetría en las estrategias de precios, el nivel de precios de los bienes locales finales puede re-escribirse de forma recursiva:

$$\left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{1-\epsilon_H} = (1 - \theta_H) \left(\frac{P_{H,t}^o}{P_t} \right)^{1-\epsilon_H} + \theta_H \left(\frac{\Pi_{H,t-1}^{\chi_H} \bar{\Pi}^{1-\chi_H} P_{H,t-1} P_{t-1}}{P_{t-1} P_t} \right)^{1-\epsilon_H} \quad (37)$$

Con el propósito de expresar de forma más compacta la condición de optimalidad en la ecuación (36), se definen las siguientes variables auxiliares:

$$f_{H,t}^1 = \frac{(\epsilon_H - 1)}{\epsilon_H} \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda_{t+\tau} (\beta \theta_H)^\tau \left(\prod_{s=1}^{\tau} \frac{\Pi_{H,t+s-1}^{\chi_H} \bar{\Pi}^{1-\chi_H}}{\Pi_{H,t+s}} \right)^{1-\epsilon_H} \frac{P_{H,t}^o P_{H,t+\tau}}{P_{H,t} P_{t+\tau}} Y_{H,t+\tau}$$

$$f_{H,t}^2 = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda_{t+\tau} (\beta \theta_H)^\tau \left(\prod_{s=1}^{\tau} \frac{\Pi_{H,t+s-1}^{\chi_H} \bar{\Pi}^{1-\chi_H}}{\Pi_{H,t+s}} \right)^{-\epsilon_H} \frac{MC_{H,t+\tau}}{P_{t+\tau}} Y_{H,t+\tau}$$

Se puede definir la condición de primer orden (36) de la siguiente forma:

$$f_{H,t}^1 = f_{H,t}^2 \quad (38)$$

Realizando despejes y operaciones algebraicas, estas variables auxiliares pueden definirse recursivamente de la siguiente manera:

$$f_{H,t}^1 = \frac{(\epsilon_H - 1)}{\epsilon_H} \lambda_t \frac{P_{H,t}^o P_{H,t}}{P_{H,t} P_t} Y_{H,t} + \beta \theta_H \mathbb{E}_t \left(\frac{\Gamma_{H,t}^1}{\Pi_{H,t+1}} \right)^{1-\epsilon_H} \frac{P_{H,t}^o P_{H,t+1}}{P_{H,t+1} P_{H,t}} f_{H,t+1}^1 \quad (39)$$

$$f_{H,t}^2 = \lambda_t \frac{MC_{H,t}}{P_t} Y_{H,t} + \beta \theta_H \mathbb{E}_t \left(\frac{\Gamma_{H,t}^1}{\Pi_{H,t+1}} \right)^{-\epsilon_H} f_{H,t+1}^2 \quad (40)$$

También se puede expresar la ecuación (37) en función del precio óptimo de las empresas mayoristas y la inflación de los precios locales:

$$1 = (1 - \theta_H) \left(\frac{P_{H,t}^o}{P_{H,t}} \right)^{1-\epsilon_H} + \theta_H \left(\frac{(\Pi_{H,t-1})^{\chi_H} (\bar{\Pi})^{1-\chi_H}}{\Pi_{H,t}} \right)^{1-\epsilon_H} \quad (41)$$

IV.4. Sector bienes importados

El sector importador está compuesto por un continuo de empresas importadoras que compran un bien homogéneo en el mercado externo. Estas empresas transforman el bien importado en un diferenciado que se vende en el mercado local.³ Unas empresas ensambladoras y competitivas combinan este continuo de bienes importados diferenciados en un bien importado final, $Y_{F,t}$. En este caso, la tecnología de combinación es la siguiente:

$$Y_{F,t} = \left[\int_0^1 Y_{F,t}(j_F)^{\frac{\epsilon_F-1}{\epsilon_F}} dj_F \right]^{\frac{\epsilon_F}{\epsilon_F-1}}, \quad (42)$$

donde $Y_{F,t}(j_F)$ es la cantidad del bien importado diferenciado de tipo j_F usado para el bien importado final y ϵ_F es la elasticidad de sustitución entre los bienes importados diferenciados. Tomando como dados los precios de los bienes importados diferenciados, $P_{F,t}(j_F)$, $j_F \in [0,1]$, los ensambladores minimizan el costo de ensamblaje para ofertar el bien importado final. Esta minimización implica la siguiente demanda por cada bien importado diferenciado:

$$Y_{F,t}(j_F) = \left(\frac{P_{F,t}(j_F)}{P_{F,t}} \right)^{-\epsilon_F} Y_{F,t} \quad (43)$$

donde $P_{F,t}$ es el nivel de precio del bien importado final, el cual está dado por:

$$P_{F,t} = \left(\int_0^1 (P_{F,t}(j_F))^{1-\epsilon_F} dj_F \right)^{\frac{1}{1-\epsilon_F}} \quad (44)$$

En el mercado externo, las empresas importadoras diferenciadas compran un bien homogéneo importado a un precio $P_{F,t}^*$ en ME. No obstante, en el mercado interno, los importadores diferenciados tienen poder de mercado sobre el bien que comercializan con las ensambladoras. De esta forma, se asume que existe rigidez de precios de los bienes importados diferenciados con el propósito de introducir un traspaso imperfecto de las variaciones del tipo de cambio nominal al nivel de precios del bien importado final.

3 Este proceso de diferenciación puede ser interpretado como poner marcas individuales a los productos importados.

De la misma forma que en el caso de los bienes locales (H), cada empresa importadora diferenciada ajusta su precio óptimamente de manera infrecuente, cuando recibe una señal *à la Calvo* (1983) para hacerlo. Esta señal llega de manera independiente a través de las empresas con probabilidad $(1 - \theta_F)$ en cada periodo. Si una empresa importadora diferenciada no recibe esta señal, actualiza su precio siguiendo una regla automática basada en un promedio ponderado entre la inflación pasada y la meta de inflación. La ponderación de la inflación pasada, en esta regla de actualización automática, está controlada por $\chi_F \in [0,1]$. La empresa importadora diferenciada debe satisfacer su demanda al precio que tenga en cada periodo.

Por lo tanto, el problema de optimización de una empresa importadora que recibe la señal para ajustar su precio en el periodo t es la siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{\tilde{P}_{F,t}} \quad & \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta_F)^\tau \Lambda_{t,t+\tau} \left(\tilde{P}_{F,t} \Gamma_{F,t}^\tau Y_{F,t+\tau}(j_F) - \mathcal{E}_{t+\tau} P_{F,t+\tau}^* Y_{F,t+\tau}(j_F) \right) \right] \\ \text{sujeto a} \quad & Y_{F,t+\tau}(j_F) = \left(\frac{\Gamma_{F,t}^\tau \tilde{P}_{F,t}}{P_{F,t+\tau}} \right)^{-\epsilon_F} Y_{F,t+\tau} \\ & \Gamma_{F,t}^\tau = \prod_{i=1}^{\tau} \Pi_{F,t+i-1}^{\chi_F} \bar{\Pi}^{1-\chi_F} \end{aligned}$$

$$\text{donde } \pi_{F,t} = \frac{P_{F,t}}{P_{F,t-1}}.$$

La condición de optimalidad para un importador que recibe la señal es la siguiente:

$$P_{F,t}^o \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta_F)^\tau \Lambda_{t,t+\tau} (\Gamma_{F,t}^\tau Y_{F,t+\tau}(j_F)) \right] = \frac{\epsilon_H}{\epsilon_F - 1} \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta_F)^\tau \Lambda_{t,t+\tau} (\mathcal{E}_{t+\tau} P_{F,t+\tau}^* Y_{F,t+\tau}(j_F)) \right] \quad (45)$$

donde $P_{F,t}^o$ es el precio óptimo de los importadores diferenciados que reciben una señal en el periodo t para elegir óptimamente su precio. De esta manera:

$$Y_{F,t+\tau}(j_F) = \left(\frac{\Gamma_{F,t}^\tau P_{F,t}^o}{P_{F,t+\tau}} \right)^{-\epsilon_F} Y_{F,t+\tau}$$

Al igual que en el caso de los bienes intermedios locales, existiría una simetría en las estrategias de precios y, por lo tanto, el nivel de precio del bien final importado puede escribirse como:

$$(P_{F,t})^{1-\epsilon_F} = (1 - \theta_F)(P_{F,t}^o)^{1-\epsilon_F} + \theta_F \left(\Pi_{F,t-1}^{\chi_F} \bar{\Pi}^{1-\chi_F} P_{F,t-1} \right)^{1-\epsilon_F} \quad (46)$$

Usando el mismo enfoque que para el precio óptimo de los bienes intermedios locales, se puede definir las siguientes variables auxiliares para expresar de forma más compacta la condición óptima en la ecuación (45):

$$f_{F,t}^1 = \frac{(\epsilon_F - 1)}{\epsilon_F} \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda_{t+\tau} (\beta \theta_F)^\tau \left(\prod_{s=1}^{\tau} \frac{\Pi_{F,t+s-1}^{\chi_F} \bar{\Pi}^{1-\chi_F}}{\Pi_{F,t+s}} \right)^{1-\epsilon_F} \frac{P_{F,t}^o}{P_{F,t}} \frac{P_{F,t+\tau}}{P_{t+\tau}} Y_{F,t+\tau}$$

$$f_{F,t}^2 = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda_{t+\tau} (\beta \theta_F)^\tau \left(\prod_{s=1}^{\tau} \frac{\Pi_{F,t+s-1}^{\chi_F} \bar{\Pi}^{1-\chi_F}}{\Pi_{F,t+s}} \right)^{-\epsilon_F} \frac{\mathcal{E}_{t+\tau} P_{F,t+\tau}^*}{P_{t+\tau}} Y_{F,t+\tau}$$

Con estas variables auxiliares se puede expresar la condición de primer orden en la ecuación (45) como:

$$f_{F,t}^1 = f_{F,t}^2. \quad (47)$$

Nuevamente, estas variables auxiliares pueden definirse recursivamente de la siguiente manera:

$$f_{F,t}^1 = \frac{(\epsilon_F - 1)}{\epsilon_F} \lambda_t \frac{P_{F,t}^o}{P_{F,t}} \frac{P_{F,t}}{P_t} Y_{F,t} + \beta \theta_F \mathbb{E}_t \left(\frac{\Gamma_{F,t}^1}{\Pi_{F,t+1}} \right)^{1-\epsilon_F} \frac{P_{F,t}^o}{P_{F,t+1}^o} \frac{P_{F,t+1}}{P_{F,t}} f_{F,t+1}^1 \quad (48)$$

$$f_{F,t}^2 = \lambda_t \frac{\mathcal{E}_t P_{F,t}^*}{P_t} Y_{F,t} + \beta \theta_F \mathbb{E}_t \left(\frac{\Gamma_{F,t}^1}{\Pi_{F,t+1}} \right)^{-\epsilon_F} f_{F,t+1}^2 \quad (49)$$

Finalmente, se puede expresar la ecuación (46) en función del precio óptimo de las empresas importadores y la inflación de los precios importados:

$$\left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{1-\epsilon_F} = (1 - \theta_F) \left(\frac{P_{F,t}^o}{P_t} \right)^{1-\epsilon_F} + \theta_F \left(\Pi_{F,t-1}^{\chi_F} \bar{\Pi}^{1-\chi_F} \frac{P_{F,t-1}}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\epsilon_F} \quad (50)$$

IV.5. Sector materias primas

En este sector, la tecnología de combinación es la siguiente:

$$Y_{CO,t} = A_{CO,t} (N_{CO,t})^{\alpha_{NCO}} (K_{CO,t-1})^{\alpha_{KCO}} (L_{CO})^{1-\alpha_{NCO}-\alpha_{KCO}} \quad (51)$$

donde $Y_{CO,t}$ es el PIB real del sector recursos naturales/hidrocarburos/*commodities*, $N_{CO,t}$ es el factor trabajo en este sector, $K_{CO,t-1}$ es el capital en el sector y L_{CO} es un factor de producción que puede interpretarse como la dotación de recursos naturales para la producción. Por simplicidad, se supone

que este factor viene dado exógenamente, aunque genera rentas al igual que la tierra. $A_{CO,t}$ es la productividad del sector y α_{NCO} , α_{KCO} y $1 - \alpha_{NCO} - \alpha_{KCO}$ son las elasticidades de la producción de este sector con respecto al empleo, el capital privado y la dotación de recursos naturales, respectivamente.

El capital en este sector evoluciona de la siguiente forma:

$$K_{CO,t} = (1 - \delta_{CO})K_{CO,t-1} + S_{CO} \left(\frac{I_{CO,t}}{I_{CO,t-1}} \right) I_{CO,t}, \quad (52)$$

donde $K_{CO,t}$ es el capital total para el sector recursos naturales/hidrocarburos/*commodities* y $I_{CO,t}$ es la inversión en ese sector. S_{CO} es una función de costos de ajuste y δ_{CO} es la tasa de depreciación.

Dado que las decisiones de empleo e inversión en este sector buscan maximizar beneficios, entonces el problema de optimización de la empresa representativa, desde la perspectiva del periodo t , es:

$$\max_{\{N_{CO,t+\tau}, I_{CO,t+\tau}\}_{\tau=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+\tau} (P_{CO,t+\tau} Y_{CO,t+\tau} - W_{t+\tau} N_{CO,t+\tau} - P_{I_{CO,t+\tau}} I_{CO,t+\tau}) \right]$$

sujeto a las ecuaciones (51), (52) y a un capital e inversión dado en el periodo anterior, $K_{CO,t-1}$ y $I_{CO,t-1}$. Las condiciones de optimalidad para el empleo, la inversión y el capital en este sector son las siguientes:

$$P_{CO,t} \frac{\alpha_{NCO} Y_{CO,t}}{N_{CO,t}} = W_t \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_{I_{CO,t}}}{P_t} = & \frac{Q_{CO,t}}{P_t} \left[S_{CO} \left(\frac{I_{CO,t}}{I_{CO,t-1}} \right) + S'_{CO} \left(\frac{I_{CO,t}}{I_{CO,t-1}} \right) \left(\frac{I_{CO,t}}{I_{CO,t-1}} \right) \right] \\ & - \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \frac{Q_{CO,t+1}}{P_{t+1}} S'_{CO} \left(\frac{I_{CO,t+1}}{I_{CO,t}} \right) \left(\frac{I_{CO,t+1}}{I_{CO,t}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (54)$$

$$\frac{Q_{CO,t}}{P_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left(\frac{P_{CO,t+1}}{P_{t+1}} \alpha_{KCO} \frac{Y_{CO,t+1}}{K_{CO,t}} + \frac{Q_{CO,t+1}}{P_{t+1}} (1 - \delta_{CO}) \right) \right] \quad (55)$$

donde $Q_{CO,t}$ es la Q de Tobin del capital en el sector hidrocarburos/*commodities*. Es decir, es el precio sombra de una unidad más de capital en el sector de hidrocarburos/*commodities*.

Por su parte, la inversión en este sector es una combinación de bienes importados y bienes locales (no recursos naturales/no-hidrocarburos):

$$I_{CO,t} = \left[(1 - \alpha_{ICO})^{1/\eta_{ICO}} (I_{CO,H,t})^{\frac{\eta_{ICO}-1}{\eta_{ICO}}} + (\alpha_{ICO})^{1/\eta_{ICO}} (I_{CO,F,t})^{\frac{\eta_{ICO}-1}{\eta_{ICO}}} \right]^{\frac{\eta_{ICO}}{\eta_{ICO}-1}} \quad (56)$$

donde $I_{COH,t}$ son los bienes del sector no recursos naturales/no-hidrocarburos usados para la inversión $I_{CO,t}$ y $I_{COF,t}$ son los bienes importados usados para la inversión $I_{CO,t}$. Por su parte, α_{ICO} es la participación de los bienes importados en la canasta de bienes de inversión $\alpha_{ICO,t}$, y η_{ICO} es la elasticidad de sustitución entre ambos tipos de bienes (locales e importados) en la inversión en $\alpha_{ICO,t}$. La combinación óptima de ambos tipos de bienes para la inversión implica que:

$$I_{COH,t} = (1 - \alpha_{ICO}) \left(\frac{P_{H,t}}{P_{ICO,t}} \right)^{-\eta_{ICO}} I_{CO,t} \quad (57)$$

$$I_{COF,t} = \alpha_{ICO} \left(\frac{P_{F,t}}{P_{ICO,t}} \right)^{-\eta_{ICO}} I_{CO,t} \quad (58)$$

donde:

$$\frac{P_{ICO,t}}{P_t} = \left[(1 - \alpha_{ICO}) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_{ICO}} + \alpha_{ICO} \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_{ICO}} \right]^{\frac{1}{1-\eta_{ICO}}} \quad (59)$$

Para el precio de los hidrocarburos/*commodities* la ley de un solo precio se cumple y, por lo tanto:

$$P_{CO,t} = \mathcal{E}_t P_{CO,t}^* \quad (60)$$

donde $P_{CO,t}^*$ es el precio internacional en ME de los hidrocarburos/*commodities*.

IV.6. Inversión y bienes de capital

El capital privado en el sector no recursos naturales/no-hidrocarburos evoluciona de la siguiente manera:

$$K_{H,t} = (1 - \delta_H) K_{H,t-1} + S_H \left(\frac{I_{H,t}}{I_{H,t-1}} \right) I_{H,t}, \quad (61)$$

donde $K_{H,t}$ es el capital privado total para el sector no recursos naturales/no-hidrocarburos y $I_{H,t}$ es la inversión en este sector. $S_H(\cdot)$ es una función de costos de ajuste y δ_H es la tasa de depreciación del capital de este sector. La inversión en este sector es una combinación de bienes importados y bienes locales:

$$I_{H,t} = \left[(1 - \alpha_{IH})^{1/\eta_{IH}} (I_{HH,t})^{\frac{\eta_{IH}-1}{\eta_{IH}}} + (\alpha_{IH})^{1/\eta_{IH}} (I_{HF,t})^{\frac{\eta_{IH}-1}{\eta_{IH}}} \right]^{\frac{\eta_{IH}}{\eta_{IH}-1}} \quad (62)$$

donde $I_{HH,t}$ son los bienes locales del sector no recursos naturales/no-hidrocarburos usados para la inversión, $I_{H,t}$ y $I_{HF,t}$ son los bienes importados

usados para la inversión $I_{H,t}$, mientras que $\alpha_{IH,t}$ es la participación de los bienes importados en la canasta de bienes de inversión $I_{H,t}$ y η_{IH} es la elasticidad de sustitución entre ambos tipos de bienes en la inversión $I_{H,t}$. La combinación de bienes H y F para la canasta de inversión en este sector satisface:

$$I_{HH,t} = (1 - \alpha_{IH}) \left(\frac{P_{H,t}}{P_{IH,t}} \right)^{-\eta_{IH}} I_{H,t} \quad (63)$$

$$I_{HF,t} = \alpha_{IH} \left(\frac{P_{F,t}}{P_{IH,t}} \right)^{-\eta_{IH}} I_{H,t} \quad (64)$$

donde:

$$\frac{P_{IH,t}}{P_t} = \left[(1 - \alpha_{IH}) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_{IH}} + \alpha_{IH} \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_{IH}} \right]^{\frac{1}{1-\eta_{IH}}} \quad (65)$$

Las decisiones de inversión de capital en este sector resuelven el siguiente problema de optimización:

$$\max_{\{I_{H,t+\tau}\}_{\tau=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+\tau} (R_{K,t+\tau} K_{H,t+\tau-1} - P_{IH,t+\tau} I_{H,t+\tau}) \right]$$

sujeto a la ecuación (61) y a $K_{H,t-1}$ y $I_{H,t-1}$. Las condiciones de optimalidad para la inversión y el capital en este sector son las siguientes:

$$\begin{aligned} \frac{P_{IH,t}}{P_t} = & \frac{Q_{H,t}}{P_t} \left[S_H \left(\frac{I_{H,t}}{I_{H,t-1}} \right) + S'_H \left(\frac{I_{H,t}}{I_{H,t-1}} \right) \left(\frac{I_{H,t}}{I_{H,t-1}} \right) \right] \\ & - \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \frac{Q_{H,t+1}}{P_{t+1}} S'_H \left(\frac{I_{H,t+1}}{I_{H,t}} \right) \left(\frac{I_{H,t+1}}{I_{H,t}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (66)$$

$$\frac{Q_{H,t}}{P_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left(\frac{R_{K,t+1}}{P_{t+1}} + \frac{Q_{H,t+1}}{P_{t+1}} (1 - \delta_H) \right) \right] \quad (67)$$

donde $Q_{H,t}$ es la Q de Tobin del capital privado en el sector de bienes locales.

IV.7. Sector público

El capital privado en el sector H evoluciona de la siguiente manera:

$$K_{G,t} = (1 - \delta_{KG})K_{G,t-1} + S_{KG} \left(\frac{I_{G,t}}{I_{G,t-1}} \right) I_{G,t}, \quad (68)$$

donde $i_{G,t}$ es la inversión en capital público. En este caso es necesario definir también una canasta para la inversión pública:

$$I_{G,t} = \left[(1 - \alpha_{IG})^{1/\eta_{IG}} (I_{G_H,t})^{\frac{\eta_{IG}-1}{\eta_{IG}}} + (\alpha_{IG})^{1/\eta_{IG}} (I_{G_F,t})^{\frac{\eta_{IG}-1}{\eta_{IG}}} \right]^{\frac{\eta_{IG}}{\eta_{IG}-1}} \quad (69)$$

donde $I_{G_H,t}$ son los bienes locales usados para la inversión pública, $I_{G,t}$ y $I_{G_F,t}$ son los bienes importados usados para la inversión pública $I_{G,t}$. Por su parte, α_{IG} es la participación de los bienes importados en la canasta de bienes de inversión pública $I_{G,t}$ y η_{IG} es la elasticidad de sustitución entre ambos tipos de bienes (locales e importados) en la inversión pública $I_{G,t}$. Con esta canasta, las demandas por cada tipo de bien (local e importado) para la inversión pública y el precio de la inversión pública, en la medida que se elija óptimamente la combinación de bienes importados y locales, sería:

$$I_{G_H,t} = (1 - \alpha_{IG}) \left(\frac{P_{H,t}}{P_{IG,t}} \right)^{-\eta_{IG}} I_{G,t} \quad (70)$$

$$I_{G_F,t} = \alpha_{IG} \left(\frac{P_{F,t}}{P_{IG,t}} \right)^{-\eta_{IG}} I_{G,t} \quad (71)$$

donde el nivel de precios de la canasta de inversión en capital público se expresa como:

$$\frac{P_{IG,t}}{P_t} = \left[(1 - \alpha_{IG}) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_{IG}} + \alpha_{IG} \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_{IG}} \right]^{\frac{1}{1-\eta_{IG}}} \quad (72)$$

IV.7.1 Restricción presupuestaria del gobierno

La restricción presupuestaria del Gobierno es la siguiente:

$$P_{G,t}G_t + P_{IG,t}I_{G,t} = \tau_{CO}P_{CO,t}Y_{CO,t} + \tau_H P_{H,t}Y_{H,t} + T_t \quad (73)$$

donde G_t es el gasto público en bienes y servicios, T_t son impuestos de suma alzada para el sector privado, $I_{G,t}$ es la inversión en capital público destinada al sector H , τ_{CO} es la participación del gobierno en los ingresos por la producción del sector de recursos naturales / hidrocarburos / *commodities*, y τ_H es la tasa de impuesto neta de subsidios sobre la producción del sector H .

La canasta del gasto público G_t entre bienes locales y los importados se define de la siguiente forma:

$$G_t = \left[(1 - \alpha_G)^{1/\eta_G} (G_{H,t})^{\frac{\eta_G - 1}{\eta_G}} + (\alpha_G)^{1/\eta_G} (G_{F,t})^{\frac{\eta_G - 1}{\eta_G}} \right]^{\frac{\eta_G}{\eta_G - 1}} \quad (74)$$

donde $G_{H,t}$ es el componente de bienes no recursos naturales/no-hidrocarburos en el gasto público G_t y $G_{F,t}$ es el componente de bienes importados en G_t , mientras que α_G es la participación de los bienes importados en G_t y η_G es la elasticidad de sustitución entre bienes locales e importados en G_t .

Dado un nivel para G_t y el Gobierno decide óptimamente la canasta en G_t , se obtiene:

$$G_{H,t} = (1 - \alpha_G) \left(\frac{P_{H,t}}{P_{G,t}} \right)^{-\eta_G} G_t \quad (75)$$

$$G_{F,t} = \alpha_G \left(\frac{P_{F,t}}{P_{G,t}} \right)^{-\eta_G} G_t \quad (76)$$

$$\frac{P_{G,t}}{P_t} = \left[(1 - \alpha_G) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_G} + \alpha_G \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{1-\eta_G} \right]^{\frac{1}{1-\eta_G}} \quad (77)$$

IV.8. Sector financiero

El papel de los bancos comerciales es intermediar los fondos entre los hogares, las empresas y el gobierno. En cada periodo deben satisfacer su restricción de la hoja de balance y requerimientos de encaje para sus depósitos en MN como en ME.

$$D_t + \mathcal{E}_t D_t^* + B_t^* + K_{B,t} = L_t + \mathcal{E}_t L_t^* + M_t + \mathcal{E}_t M_t^* + B_t \quad (78)$$

donde M_t y M_t^* son las reservas en MN y en ME, respectivamente, que mantienen los bancos, $K_{B,t}$ es el capital propio de los bancos, B_t son los bonos emitidos por el gobierno (banco central) que compran los bancos y B_t^* es el endeudamiento externo en ME.

Asimismo, los bancos deben satisfacer los requerimientos de encaje, tanto para sus depósitos en MN (μ_t) como en ME (μ_t^*), de modo que:

$$M_t \geq \mu_t D_{t-1} \quad (79)$$

$$M_t^* \geq \mu_t^* D_{t-1}^* \quad (80)$$

Existen unos costos bancarios por administrar los portafolios tanto en MN como en ME. Por simplicidad, se asume que estos costos son crecientes acordes con el monto de los préstamos y decrecientes con los excesos de reservas por sobre los requerimientos de encaje. De esta manera, los costos del portafolio en MN son:

$$\Omega_t = \zeta_t \Omega (L_t/P_t, (M_t - \mu_t D_{t-1})/P_t), \quad (81)$$

mientras que los costos del portafolio en ME son:

$$\Omega_t^* = \zeta_t^* \Omega^* (\mathcal{E}_t L_t^*/P_t, \mathcal{E}_t (M_t^* - \mu_t^* D_{t-1}^*)/P_t), \quad (82)$$

Los beneficios en el periodo t de los bancos pueden escribirse como:

$$V_t = \left[\begin{array}{l} R_{L,t-1}L_{t-1} - L_t + R_{B,t-1}B_{t-1} - B_t + M_{t-1} - M_t - R_{D,t-1}D_{t-1} + D_t \\ \mathcal{E}_t (R_{L^*,t-1}L_{t-1}^* - L_t^* - R_{t-1}^* \Theta_{t-1} B_{t-1}^* + B_t^* + M_{t-1}^* - M_t^* - R_{D^*,t-1} D_{t-1}^* + D_t^*) \\ - P_t \Omega_t - P_t \Omega_t^* \end{array} \right] \quad (83)$$

Los bancos maximizan la suma descontada esperada de sus beneficios:

$$E_t [\sum_{j=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+j} V_{t+j}]$$

Por lo tanto, las condiciones de primer orden son:

$$1 = R_{D,t} E_t [\Lambda_{t,t+1}] - E_t [\Lambda_{t,t+1} \zeta_{t+1} \Omega_{m,t+1} \mu_{t+1}] \quad (84)$$

$$1 = E_t [\Lambda_{t,t+1}] - \zeta_t \Omega_{m,t} = 1/R_t - \zeta_t \Omega_{m,t} \quad (85)$$

$$1 = R_{B,t} E_t [\Lambda_{t,t+1}] \Rightarrow R_{B,t} = R_t \quad (86)$$

$$1 = R_{L,t} E_t [\Lambda_{t,t+1}] - \zeta_t \Omega_{l,t} \quad (87)$$

$$1 = R_{D^*,t} E_t [\Lambda_{t,t+1} \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t}] - E_t [\Lambda_{t,t+1} \zeta_{t+1}^* \Omega_{m,t+1}^* \mu_{t+1}^* \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t}] \quad (88)$$

$$1 = E_t [\Lambda_{t,t+1} \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t}] - \zeta_t^* \Omega_{m,t}^* \quad (89)$$

$$1 = R_t^* \Theta_t E_t [\Lambda_{t,t+1} \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t}] \quad (90)$$

$$1 = R_{L^*,t} E_t [\Lambda_{t,t+1} \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t}] - \zeta_t^* \Omega_{l,t}^* \quad (91)$$

donde $\Omega_{L,t}$ es la derivada de la función $\Omega(\cdot)$ con respecto a L_t/P_t y $\Omega_{m,t}$ es la derivada de la función $\Omega(\cdot)$ con respecto a $(M_t - \mu_t D_{t-1})/P_t$. De manera similar, $\Omega_{L,t}^*$ es la derivada de la función $\Omega(\cdot)$ con respecto a $\varepsilon_t \Omega_{L,t}^*/P_t$ y $\Omega_{m,t}^*$ es la derivada de la función $\Omega(\cdot)$ con respecto a $\varepsilon_t (M_t^* - \mu_t^* D_{t-1}^*)/P_t$.

IV.9. Política monetaria y cambiaria

Como se explicó previamente en la sección II, la política monetaria en Bolivia se determina de forma diferente a la que típicamente se expone en la literatura relacionada con el desarrollo de modelos MEGDE. En este caso, con el propósito de que el modelo se adecúe a la realidad económica, se asume que el Banco Central utiliza tanto la política monetaria como cambiaria para afectar el desenvolvimiento de la economía.

En el caso de la política cambiaria, se consideró una regla basada en la compra y venta de reservas internacionales destinada a estabilizar el tipo de cambio. Para que los efectos de esta regla no se vean mitigados por cambios en la oferta monetaria del Banco Central, se asumió que las reservas internacionales no son un sustituto perfecto de los bonos externos, de tal forma que solo reciben la tasa de interés externa libre de riesgo.

En el caso de la política monetaria, se consideró que el instrumento principal para afectar a la economía del Banco Central es la oferta monetaria en MN, en línea con el régimen de metas cuantitativas que rige en Bolivia. No obstante, también se incluyó una regla de tasas, con algunas modificaciones particulares, con el propósito de poder analizar cómo cambian los mecanismos de transmisión si el instrumento de política monetaria es la tasa de interés de corto plazo.

En este caso la restricción presupuestaria consolidada del gobierno-Banco Central es la siguiente:

$$B_t + M_t + P_t T_t + \varepsilon_t R_{t-1}^* F_{t-1} = R_{t-1} B_{t-1} + M_{t-1} + \varepsilon_t F_t + P_{G,t} G_t + P_{IG,t} I_{G,t} \quad (92)$$

donde B_t son los bonos emitidos por el gobierno en el periodo t , los cuales pagan una tasa de interés igual a R_t .

IV.9.1. Regla de política cambiaria

En el caso de Bolivia, se consideró que las reservas internacionales son usadas para estabilizar el tipo de cambio. La regla F_t se especificó de la siguiente manera:

$$F_t = (1 - \rho_F) \bar{F} + \rho_F F_{t-1} - (1 - \rho_F) \theta_{\Delta E} \ln(\mathcal{E}_t / \mathcal{E}_{t-1}) + \varepsilon_{F,t}. \quad (93)$$

donde ρ_F determina el grado de inercia de la dinámica de las reservas internacionales, \bar{F} es el nivel de reservas de largo plazo, $\theta_{\Delta E}$ captura la intensidad de suavizamiento del tipo de cambio que busca la política cambiaria y $\varepsilon_{F,t}$ es una innovación exógena independiente e idénticamente distribuida (iid) en el *stock* de reservas internacionales. La regla es amplia para que se pueda acomodar a los requerimientos de las autoridades.

IV.9.2. Regla de política monetaria

En este caso se incluyó dos tipos de regla: i) la primera es una especificación según McCallum (McCallum y Nelson, 1999) en la cual el instrumento de política monetaria es el agregado monetario M_t , y ii) la segunda es una especificación de una regla de tasas similar a la del Banco Central Europeo - BCE (Barthélemy et al., 2011) donde, a la regla de Taylor, se le aumenta un objetivo de estabilización monetaria. Este objetivo de estabilización monetaria es similar al régimen monetario considerado por Berg et al. (2010), donde se incluye una meta que consiste en estabilizar los agregados monetarios hacia los valores proyectados en el año anterior

Formalmente, las dos especificaciones de las reglas se expresan de la siguiente manera:

1. Especificación según McCallum:

$$M_t = (M_{t-1})^{\rho_M} (\bar{M})^{1-\rho_M} \left[\left(\frac{\Pi_t}{\bar{\Pi}} \right)^{\gamma_\pi} \left(\frac{Y_{H,t}}{\bar{Y}_H} \right)^{\gamma_y} (\mathcal{E}_t/\mathcal{E}_{t-1})^{\gamma_{\Delta E}} \right]^{1-\rho_M} \exp(\varepsilon_{M,t}) \quad (94)$$

2. Especificación según el BCE:

$$R_t = (R_{t-1})^{\rho_R} (\bar{R})^{1-\rho_R} \left[\left(\frac{\Pi_t}{\bar{\Pi}} \right)^{\psi_\pi} \left(\frac{Y_{H,t}}{\bar{Y}_H} \right)^{\psi_y} (\mathcal{E}_t/\mathcal{E}_{t-1})^{\psi_{\Delta E}} \left(\frac{M_t}{\bar{M}} \right)^{\psi_M} \right]^{1-\rho_R} \exp(\varepsilon_{M,t}) \quad (95)$$

donde ρ_M y ρ_R determinan el grado de inercia de las reglas de agregados monetarios y de tasas, respectivamente. \bar{M} es el nivel del agregado monetario en el largo plazo y \bar{R} es la tasa de interés natural. Los coeficientes γ_i , $i = \pi, y, \Delta E$, miden el grado de reacción de la regla de política monetaria, según McCallum, a desvíos en la inflación, del producto, y a la depreciación del tipo de cambio, respectivamente. Mientras que los coeficientes ψ_i , $i = \pi, y, M, \Delta E$ miden el grado de reacción de la regla de política monetaria según el BCE a desvíos en la inflación, del producto, la liquidez, y a la depreciación del tipo de cambio, respectivamente. En ambas especificaciones, $\varepsilon_{M,t}$ es un *shock* iid a la regla de política monetaria. Al igual que en el anterior caso, las reglas son amplias para que puedan acomodarse a las necesidades del BCB.

IV.10. Equilibrio agregado

Se consideró que los hogares del resto del mundo resuelven un problema similar a los hogares locales. Además, se asume que existe una inercia en las exportaciones de forma que la demanda externa por bienes finales locales es:

$$C_{H,t}^* = \left(\alpha^* \left(\frac{P_{H,t}}{\mathcal{E}_t P_t^*} \right)^{-\eta^*} Y_t^* \right)^{1-h^*} (C_{H,t-1}^*)^{h^*} \quad (96)$$

donde Y_t^* es el PIB externo o demanda externa de los socios comerciales, P_t^* es el nivel de precios de los bienes externos expresado en ME, α^* es la fracción de los bienes locales en la demanda externa de los socios comerciales y η^* es la elasticidad precio de la demanda externa por los bienes locales.

Con esto, el equilibrio en el mercado del bien local final debe satisfacer:

$$Y_{H,t} = C_{H,t} + I_{H,t} + I_{COH,t} + G_{H,t} + I_{GH,t} + C_{H,t}^* \quad (97)$$

En la agregación de la demanda por empleo y capital en el sector H se obtiene:

$$K_{H,t-1} = \int_0^1 K_{H,t}(j_H) dj_H \quad (98)$$

$$N_{H,t} = \int_0^1 N_{H,t}(j_H) dj_H \quad (99)$$

Con lo anterior y el supuesto de retornos constantes de escala para empleo y capital privado en el sector H , se puede escribir una agregación de la oferta del sector como:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 A_{H,t}(K_{H,t}(j_H))^{\alpha_H} (N_{H,t}(j_H))^{1-\alpha_H} (K_{G,t-1})^{\lambda_H} dj_H \\ &= A_{H,t}(K_{H,t-1})^{\alpha_H} (N_{H,t})^{1-\alpha_H} (K_{G,t-1})^{\lambda_H} \\ &= \int_0^1 \left(\frac{P_{H,t}(j_H)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon_N} Y_{H,t} dj_H, \end{aligned}$$

lo cual implica que se puede expresar de la siguiente forma:

$$A_{H,t}(K_{H,t-1})^{\alpha_H} (N_{H,t})^{1-\alpha_H} (K_{G,t-1})^{\lambda_H} = \Xi_{H,t} Y_{H,t}, \quad (100)$$

donde $\Xi_{H,t}$ es un término de la dispersión de precios en el sector H , el cual se puede formular de manera recursiva:

$$\Xi_{H,t} = \int_0^1 \left(\frac{P_{H,t}(j_H)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon_H} dj_H = (1-\theta_H) \left(\frac{P_{H,t}^o}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon_H} + \theta_H \left(\frac{\Pi_{H,t-1}^{X_H} \bar{\Pi}^{1-X_H} P_{H,t-1}}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon_H} \Xi_{H,t-1} \quad (101)$$

La agregación también implica que:

$$\left[\phi_L^{\frac{1}{\eta_L}} \left(\frac{L_t}{P_t} \right)^{1-\frac{1}{\eta_L}} + (1-\phi_L)^{\frac{1}{\eta_L}} \left(\frac{\mathcal{E}_t L_t^*}{P_t} \right)^{1-\frac{1}{\eta_L}} \right]^{\frac{\eta_L}{\eta_L-1}} = \theta_L \frac{C_{T,H,t}}{P_t} \Xi_{H,t} Y_{H,t} \quad (102)$$

El equilibrio en el mercado laboral implica que la demanda por empleo es:

$$N_t^D = N_{H,t} + N_{CO,t} \quad (103)$$

mientras que la oferta de empleo se puede escribir como:

$$N_t^S = \int_0^1 N_t(j) dj = \int_0^1 \left(\frac{W_t(j)}{W_t} \right)^{-\epsilon_N} dj N_t^D = \Xi_{N,t} N_t^D \quad (104)$$

donde el término de dispersión de salarios, $\Xi_{N,t}$, puede expresarse recursivamente como:

$$\Xi_{N,t} = \int_0^1 \left(\frac{W_t(j)}{W_t} \right)^{-\epsilon_N} dj = (1-\theta_W) \left(\frac{\widehat{W}_t}{W_t} \right)^{-\epsilon_N} + \theta_W \left(\frac{\Pi_{t-1}^{\xi_N} \bar{\Pi}^{1-\xi_N} W_{t-1}}{W_t} \right)^{-\epsilon_N} \Xi_{N,t-1} \quad (105)$$

En el caso de las importaciones totales, se puede realizar la agregación de la siguiente manera:

$$Y_{F,t}^T = \int_0^1 Y_{F,t}(j_F) dj_F = \int_0^1 \left(\frac{P_{F,t}(j_F)}{P_{F,t}} \right)^{-\epsilon_F} Y_{F,t} dj_F = \Xi_{F,t} Y_{F,t}, \quad (106)$$

donde el término de dispersión de precios, $\Xi_{F,t}$ puede escribirse como:

$$\Xi_{F,t} = \int_0^1 \left(\frac{P_{F,t}(j_F)}{P_{F,t}} \right)^{-\epsilon_F} dj_F = (1-\theta_F) \left(\frac{P_{F,t}^o}{P_{F,t}} \right)^{-\epsilon_F} + \theta_F \left(\frac{\Pi_{F,t-1}^{X_F} \bar{\Pi}^{1-X_F} P_{F,t-1}}{P_{F,t}} \right)^{-\epsilon_F} \Xi_{F,t-1} \quad (107)$$

La demanda por importaciones es la siguiente:

$$Y_{F,t} = C_{F,t} + I_{H_F,t} + I_{CO_F,t} + I_{G_F,t} + G_{F,t} \quad (108)$$

El tipo de cambio real se define como:

$$TCR_t = \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t}$$

En esa línea, la dinámica del tipo de cambio real puede expresarse como:

$$\frac{TCR_t}{TCR_{t-1}} = \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_{t-1}} \frac{P_t^*}{P_{t-1}^*} \frac{P_{t-1}}{P_t} \quad (109)$$

Es necesario hacer una conexión entre los cambios en los precios relativos con las tasas de cambios de los precios más relevantes:

$$\frac{P_{H,t}}{P_t} = \left(\frac{P_{H,t-1}}{P_{t-1}} \right) \left(\frac{P_{H,t}/P_{H,t-1}}{P_t/P_{t-1}} \right) \quad (110)$$

$$\frac{P_{F,t}}{P_t} = \left(\frac{P_{F,t-1}}{P_{t-1}} \right) \left(\frac{P_{F,t}/P_{F,t-1}}{P_t/P_{t-1}} \right) \quad (111)$$

$$m_t = m_{t-1} \frac{M_t/M_{t-1}}{P_t/P_{t-1}} \quad (112)$$

Combinando la restricción presupuestaria de los hogares (3), la restricción presupuestaria del gobierno (92), las expresiones con las rentas del empleo y bienes diferenciados, y las utilidades de los bancos (83), se obtiene la identidad agregada de la balanza de pagos de la economía:

$$\left(C_t + \frac{P_{H,t}}{P_t} I_{H,t} + \frac{P_{CO,t}}{P_t} I_{CO,t} + \frac{P_{G,t}}{P_t} I_{G,t} + \frac{P_{G,t}}{P_t} G_t \right) = \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} Y_{H,t} + P_{CO,t} Y_{CO,t} + (P_{F,t} - \mathcal{E}_t P_{F,t}^*) Y_{F,t} + \frac{P_{F,t}}{P_t} TCR_t Y_{F,t} + \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t} m_{t-1}^* + \frac{\mathcal{E}_t}{P_t} (B_t^* - F_t) \right) \quad (113)$$

Otras variables a analizar en el equilibrio son descriptas a continuación:

- PIB nominal total

$$Y_t^n = P_{H,t} Y_{H,t} + P_{CO,t} Y_{CO,t} + (P_{F,t} - \mathcal{E}_t P_{F,t}^*) Y_{F,t} \quad (114)$$

- Reservas internacionales como porcentaje del PIB trimestral

$$res_t = \frac{\mathcal{E}_t F_t}{Y_t^n} \quad (115)$$

- Balanza comercial a PIB trimestral

$$bc_t = \frac{EXP_t - IMP_t}{Y_t^n} = \frac{P_{H,t} C_{H,t}^* + P_{CO,t} (Y_{CO,t} - C_{CO,t}) - \mathcal{E}_t P_{F,t}^* Y_{F,t}^T}{Y_t^n} \quad (116)$$

- Dolarización en liquidez monetaria

$$dol_{m,t} = \frac{\mathcal{E}_t M_t^*}{M_t + \mathcal{E}_t M_t^*} \quad (117)$$

- Dolarización en depósitos

$$dol_{d,t} = \frac{\mathcal{E}_t D_t^*}{D_t + \mathcal{E}_t D_t^*} \quad (118)$$

- Dolarización en préstamos

$$dol_{l,t} = \frac{\mathcal{E}_t L_t^*}{L_t + \mathcal{E}_t L_t^*} \quad (119)$$

Definición de equilibrio: es una secuencia para las siguientes variables:

$$Z_t, \lambda_t, R_t, \Pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}, \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_{t-1}}, R_{D,t}, R_{D,t}^*, d_t = \frac{D_t}{P_t}, d_t^* = \frac{\mathcal{E}_t D_t^*}{P_t}, C_{H,t}, C_{F,t}, C_{Z,t}, C_{CO,t}, C_t, \frac{P_{H,t}}{P_t}, \frac{P_{F,t}}{P_t}, \frac{P_{Z,t}}{P_t}, \frac{P_{CO,t}}{P_t}, N_t^D, \frac{W_t}{P_t}, \frac{\widehat{W}_t}{P_t}, f_{W,t}^1, f_{W,t}^2, R_{K,t}, CT_{H,t}, l_t = \frac{L_t}{P_t}, l_t^* = \frac{\mathcal{E}_t L_t^*}{P_t}, R_{L,t}, R_{L,t}^*, R_{L,t}^a, MC_{H,t}, \Pi_{H,t} = \frac{P_{H,t}}{P_{H,t-1}}, \frac{P_{H,t}^p}{P_t}, f_{H,t}^1, f_{H,t}^2, \Pi_{F,t} = \frac{P_{F,t}}{P_{F,t-1}}, \frac{P_{F,t}^p}{P_t}, f_{F,t}^1, f_{F,t}^2, Y_{CO,t}, N_{CO,t}, K_{CO,t}, I_{CO,t}, \frac{P_{ICO,t}}{P_t}, \frac{Q_{CO,t}}{P_t}, I_{COH,t}, I_{COF,t}, K_{H,t}, I_{H,t}, I_{HF,t}, I_{HF,t}, \frac{P_{IH,t}}{P_t}, \frac{Q_{IH,t}}{P_t}, K_{G,t}, I_{GH,t}, I_{GF,t}, \frac{P_{IG,t}}{P_t}, G_{H,t}, G_{F,t}, \frac{P_{G,t}}{P_t}, m_t, m_t^*, R_{B,t}, b_t^* = \frac{\mathcal{E}_t B_t^*}{P_t}, \frac{\mathcal{E}_t F_t}{P_t}, M_t, C_{H,t}^*, N_{H,t}, Y_{H,t}, \Xi_{H,t}, Y_{F,t}, \Xi_{N,t}, \Xi_{F,t}, TCR_t, Y_{F,t}^T, N_t^S, Y_t^n, res_t, bc_t, dol_{m,t}, dol_{d,t}, dol_{l,t}$$

Tal que las siguientes ecuaciones se satisfacen:

(2), (4), (6), (7), (8), (11), (12), (13), (14), (17), (18), (22), (23), (24), (25), (29), (30), (33), (34), (35), (38), (39), (40), (41), (47), (48), (49), (50), (51), (52), (53), (54), (55), (57), (58), (59), (60), (61), (63), (64), (65), (66), (67), (68), (70), (71), (72), (75), (76), (77), (84), (85), (86), (87), (88), (89), (90), (91), (93), (94) ó (95), (96), (97), (102), (100), (101), (103), (104), (105), (106), (107), (108), (109), (110), (111), (112), (113), (114), (115), (116), (117), (118), (119).

IV.11. Formas funcionales

Las preferencias sobre consumo y depósitos están definidas como:

$$u_t = \left[\left(b^{1/\omega} (C_t(j) - h_c C_{t-1})^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b)^{1/\omega} (Z_t(j) - h_z Z_{t-1})^{\frac{\omega-1}{\omega}} \right)^{\frac{\omega}{\omega-1}} \right]^{1-\sigma} \frac{1}{1-\sigma}$$

y, por lo tanto,

$$u_{C,t} = \left[b^{1/\omega} (C_t(j) - h_c C_{t-1})^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b)^{1/\omega} (Z_t(j) - h_z Z_{t-1})^{\frac{\omega-1}{\omega}} \right]^{(1-\sigma)\frac{\omega}{\omega-1}-1} \left(\frac{b}{C_t(j) - h_c C_{t-1}} \right)^{1/\omega} \quad (120)$$

$$u_{Z,t} = \left[b^{1/\omega} (C_t(j) - h_c C_{t-1})^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b)^{1/\omega} (Z_t(j) - h_z Z_{t-1})^{\frac{\omega-1}{\omega}} \right]^{(1-\sigma)\frac{\omega}{\omega-1}-1} \left(\frac{1-b}{Z_t(j) - h_z Z_{t-1}} \right)^{1/\omega} \quad (121)$$

Del mismo modo, usando la ecuación (2) se obtiene:

$$Z_{d,t} = \left[(\nu)^{1/\chi} \left(\frac{D_t(j)}{P_t} \right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-\nu)^{1/\chi} \left(\frac{\mathcal{E}_t D_t^*(j)}{P_t} \right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} \right]^{\frac{\chi}{\chi-1}-1} \left(\frac{\nu}{d_t} \right)^{1/\chi} = \left(\frac{\nu Z_t}{d_t} \right)^{1/\chi} \quad (122)$$

$$Z_{a,t} = \left[(\nu)^{1/\chi} \left(\frac{D_t(j)}{P_t} \right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-\nu)^{1/\chi} \left(\frac{\mathcal{E}_t D_t^*(j)}{P_t} \right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} \right]^{\frac{\chi}{\chi-1}-1} \left(\frac{1-\nu}{d_t^*} \right)^{1/\chi} = \left(\frac{(1-\nu)Z_t}{d_t^*} \right)^{1/\chi} \quad (123)$$

Los costos de ajuste se especifican como:

$$S_J(x) = 1 - \frac{\mu_J}{2} (x-1)^2 \quad (124)$$

para $J = CO; H; KG$, implicando que:

$$S'_J(x) = -\mu_J (x-1) \quad (125)$$

Para garantizar que el modelo sea estacionario asumimos que el riesgo país es función de la deuda externa del país como la que propone Schmitt-Grohé y Uribe (2003):

$$\Theta_t = \Theta(B_t^*, m_t^*) = \exp(\varrho_1 \ln\left(\frac{B_t^*}{B^*}\right) - \varrho_2 \ln\left(\frac{m_t^*}{m^*}\right)) \quad (126)$$

donde ϱ_1 y ϱ_2 son las elasticidades del riesgo país al endeudamiento externo y al dinero en ME real dentro de la economía. En esta expresión, \bar{B}^* y \bar{m}^* son los niveles de estado estacionario de la deuda externa y el dinero en ME. Esta endogeneidad del riesgo país genera una sustitución imperfecta entre las diferentes clases de activos y pasivos externos: deuda externa (B_t^*), dinero en ME (m_t^*) y reservas internacionales (F_t). Este mecanismo, a su vez, permite hacer que las intervenciones con reservas internacionales de forma esterilizadas, pueden estabilizar el tipo de cambio. Así, este elemento es crucial para que la política monetaria pueda orientarse de forma independiente a las condiciones externas a pesar de tener una política para mantener el tipo de cambio estable.

Siguiendo a Christoffel y Schabert (2015), los costos de portafolio de los bancos tienen la siguiente forma funcional:

$$\Omega \left(\frac{L_t}{P_t}, \frac{(M_t - \mu_t D_{t-1})}{P_t} \right) = \left(\frac{L_t/P_t}{\left(\frac{M_t - \mu_t D_{t-1}}{P_t} \right)^{\omega_B}} \right)^{\eta_B} \quad (127)$$

$$\Omega \left(\mathcal{E}_t \frac{L_t^*}{P_t}, \frac{\mathcal{E}_t (M_t^* - \mu_t^* D_{t-1}^*)}{P_t} \right) = \left(\frac{\mathcal{E}_t L_t^*/P_t}{\left(\mathcal{E}_t \left(\frac{M_t^* - \mu_t^* D_{t-1}^*}{P_t} \right) \right)^{\omega_B^*}} \right)^{\eta_B^*} \quad (128)$$

En consecuencia, se tiene que:

$$\Omega_{m,t} = -\eta_B \omega_B \frac{(l_t)^{\eta_B}}{(m_t - \mu_t d_{t-1} \frac{P_{t-1}}{P_t})^{\eta_B \omega_B + 1}} \quad (129)$$

$$\Omega_{l,t} = \eta_B \frac{(l_t)^{\eta_B - 1}}{(m_t - \mu_t d_{t-1} \frac{P_{t-1}}{P_t})^{\eta_B \omega_B}} \quad (130)$$

$$\Omega_{m^*,t}^* = -\eta_B^* \omega_B^* \frac{(l_t^*)^{\eta_B^*}}{(m_t^* - \mu_t^* d_{t-1}^* \frac{P_{t-1}}{P_t} \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_{t-1}})^{\eta_B^* \omega_B^* + 1}} \quad (131)$$

$$\Omega_{l^*,t}^* = \eta_B^* \frac{(l_t^*)^{\eta_B^* - 1}}{(m_t^* - \mu_t^* d_{t-1}^* \frac{P_{t-1}}{P_t} \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_{t-1}})^{\eta_B^* \omega_B^*}} \quad (132)$$

Con la especificación de los anteriores componentes, concluya la descripción de las relaciones teóricas del modelo.

V. Consideraciones finales

El objetivo del trabajo era introducir al MEGDE desarrollado en el BCB para fines del análisis de la política monetaria en Bolivia. Se describen las relaciones teóricas del modelo que, como pudo advertirse, incorporan varias características que no son habitualmente encontradas en la literatura y cuyo desarrollo era una condición necesaria, en procura de caracterizar adecuadamente las principales condiciones intrínsecas de la economía boliviana.

Estos elementos representaron un desafío a la hora de construir el modelo, constituyéndose en un aporte importante a la literatura sobre modelos macroeconómicos para economías emergentes y abiertas al introducirse, en un solo modelo, aspectos como diversos tipos de dolarización (de circulante y financiera), junto al uso de reglas de política monetaria alternativas, basadas en agregados monetarios y junto a instrumentos de intervención en el mercado cambiario en Bolivia.

Al igual que en otros bancos centrales, el modelo MEGDE-Bolivia es una herramienta que se encuentra sujeta a un continuo proceso de evaluación y desarrollo, tomándose en consideración diferentes extensiones susceptibles de implementarse. En próximos artículos, se presentarán elementos relativos al modelo y sus diversas aplicaciones empíricas para el análisis de la economía boliviana.

Referencias bibliográficas

ADOLFSON, Malin, LASÉEN, Stefan, LINDÉ, Jesper and VILLANI, Mattias, 2007. RAMSES – a new general equilibrium model for monetary policy analysis. Sveriges Riksbank, *Economic Review*, 2, pp. 5 – 39. ISSN impreso 1404-6768. Disponible en: http://archive.riksbank.se/Upload/Dokument_riksbank/Kat_publicerat/PoV_sve/eng/2007/er2007_2.pdf

BARTHÉLEMY, Jean, CLERC, Laurent and MARX, Magali, 2011. A two-pillar DSGE monetary policy model for the Euro area. *Economic Modelling*, 28 (3), pp. 1303 - 1316. ISSN 0264-9993. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2011.01.010>

BAXTER, Marianne and KING, Robert, 1993. Fiscal Policy in General Equilibrium. *The American Economic Review*, 83 (3), pp. 315 - 334. ISSN. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/2117521>

BERG, Andrew, PORTILLO, Rafael and UNSAL, Filiz, 2010. On the Optimal Adherence to Money Targets in a New-Keynesian Framework: An Application to Low-Income Countries. International Monetary Fund, Working Paper WP/10/134, June. Disponible en: <https://doi.org/10.5089/9781455201174.001>

BRUBAKK, Leif, ANDERS, Tore, MAIH, Junior, OLSEN, Kjetil and ØSTNOR, Magne, 2006. Finding NEMO: Documentation of the Norwegian Economy Model. Norges Bank, Staff Memo N° 2006–6, December. Disponible en: <https://www.norges-bank.no/globalassets/upload/publikasjoner/staff-memo/2006/memo-2006-06.pdf>

BRZOZA-BRZEZINA, Michal, KOLASA, Marcin and MAKARSKI, Krzysztof, 2015. Monetary and macroprudential policy with foreign currency loans. European Central Bank, Working Paper Series 1783, April. Disponible en: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp1783.en.pdf?d7310d5f3efb060f1adc4f16e73cf3ca>

CALVO, Guillermo, 1983. Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework. *Journal of Monetary Economics*, 12 (3), pp. 383 - 398. ISSN 0304-3932. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(83\)90060-0](https://doi.org/10.1016/0304-3932(83)90060-0)

CASTILLO, Paul, MONTORO, Carlos and TUESTA, V., 2006. An Estimated Stochastic General Equilibrium Model with Partial Dollarization: A Bayesian Approach. Central Bank of Chile Working Papers, N° 381, December. Disponible en: https://www.bcentral.cl/documents/33528/133326/bcch_archivo_137120_es.pdf/984fe3e8-9919-1e58-c9c4-cdf40a948b56?t=1573280233257

CASTILLO, Paul, MONTORO, Carlos y TUESTA, Vicente, 2009. Un Modelo de Equilibrio General con dolarización para la economía peruana. Banco

Central de Reserva del Perú, Documento de trabajo DT. N° 2009–003, marzo. Disponible en: <https://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2009/Documento-de-Trabajo-03-2009.pdf>

CEREZO, Sergio, 2010. Un Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico para el análisis de la política monetaria en Bolivia. Banco Central de Bolivia, *Revista de Análisis*, 13, pp. 49 - 89. ISSN en línea 2305-2597. Disponible en: https://www.bcb.gob.bo/?q=pub_revista-analisis&field_fecha_publicacionesbcb_value%5Bvalue%5D%5Byear%5D=2010

CHRISTIANO, Lawrence, EICHENBAUM, Martin and EVANS, Charles, 2005. Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy. *Journal of Political Economy*, 113 (1), pp. 1 – 45. ISSN en línea 1537-534X. Disponible en: <https://doi.org/10.1086/426038>

CHRISTOFFEL, Kai and SCHABERT, Andreas, 2015. Interest rates, money, and banks in an estimated euro area model. European Central Bank, Working Paper Series No 1791, May. Disponible en: <https://op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/d14cf697-6268-440b-84f7-6e476d6d9416>

CLARIDA, Richard, GALÍ, Jordi and GERTLER, Mark, 1999. The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective. *Journal of Economic Literature*, 37 (4), pp. 1661 – 1707. ISSN en línea 2328-8175. Disponible en: <https://doi.org/10.1257/jel.37.4.1661>

COENEN, Günter, KARADI, Peter, SCHMIDT, Sebastian and WARNE, Anders, 2018. The New Area-Wide Model II: an extended version of the ECB's micro-founded model for forecasting and policy analysis with a financial sector. European Central Bank, Working Paper Series No 2200, November. Disponible en: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecb.wp2200.en.pdf>

DÍAZ, Oscar y GARRÓN, Ignacio, 2016. Un Modelo de Equilibrio General Estocástico Dinámico para analizar el efecto de la política monetaria sobre el sistema financiero boliviano. Banco Central de Bolivia, *Revista de Análisis*, 24, pp. 147 - 192. ISSN 2305-2597. Disponible en: https://www.bcb.gob.bo/?q=pub_revista-analisis&field_fecha_publicacionesbcb_value%5Bvalue%5D%5Byear%5D=2016

ERCEG, Christopher, GUERRIERI, Luca and GUST, Christopher, 2006. SIGMA: A New Open Economy Model for Policy Analysis. *International Journal of Central Banking*, 2 (1), pp 1 – 50. ISSN 1815-4654. Disponible en: <https://www.ijcb.org/journal/ijcb06q1a1.pdf>

FELICES, Guillermo and TUESTA, Vicente, 2013. Monetary policy in a dual currency environment. *Applied Economics*, 45 (34), pp. 4739 - 4753. ISSN en línea 1466-4283. Disponible en: <https://doi.org/10.1080/00036846.2013.804165>

GALÍ, Jordi and MONACELLI, Tommaso, 2005. Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. *The Review of Economic Studies*, 72 (3), pp. 707 - 734. ISSN en línea 1467-937X. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2005.00349.x>

GONZÁLEZ, Andrés, MAHADEVA, Lavan, PRADA, Juan y RODRÍGUEZ, Diego, 2011. Policy Analysis Tool Applied to Colombian Needs: PATACON Model Description. Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía Núm. 656, mayo. Disponible en: <https://repositorio.banrep.gov.co/handle/20.500.12134/5673>

HARRISON, Richard, NIKOLOV, Kalin, QUINN, Meghan, RAMSAY, Gareth, SCOTT, Alasdair and THOMAS, Ryland, 2005. *The Bank of England Quarterly Model* [en línea]. London: Bank of England. ISBN 1 85730 153 6

KUMAMOTO, Hisao and KUMAMOTO, Masao, 2017. Currency Substitution and Monetary Policy Effects: The Case of Latin American Countries. *International Journal of Economics and Finance*, 9 (2), pp. 32 - 45. ISSN en línea 1916-9728. Disponible en: <https://doi.org/10.5539/ijef.v9n2p32>

KYDLAND, Finn and PRESCOTT, Edward, 1982. Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50 (6), pp. 1345 - 1370. ISSN en línea 1468-0262. Disponible en: <https://doi.org/10.2307/1913386>

LUCAS, Robert, 1976. Econometric policy evaluation: A critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 1 (1), pp. 19 - 46. ISSN 0167-2231. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0167-2231\(76\)80003-6](https://doi.org/10.1016/S0167-2231(76)80003-6)

McCALLUM, Bennett and NELSON, Edward, 1999. Performance of Operational Policy Rules in an Estimated Semiclassical Structural Model. En TAYLOR, John, ed. *Monetary Policy Rules*, Chicago: The University of Chicago Press, pp. 15 - 56, ISBN 0-226-79124-6. Disponible en: <https://www.nber.org/books-and-chapters/monetary-policy-rules>

MEDINA, Juan y SOTO, Claudia, 2007. The Chilean Business Cycle Through the Lens of a Stochastic General Equilibrium Model. Central Bank of Chile, Working Papers, No 457, December. Disponible en: https://www.bcentral.cl/en/web/banco-central/detail-news-and-publications/-/asset_publisher/Ezxd7I9NC3Y6/content/id/1759847

MURCHISON, Stephen and RENNISON, Andrew, 2006. ToTEM: The Bank of Canada's New Quarterly Projection Model. Bank of Canada, Technical Report, No 97, December. Disponible en: <https://doi.org/10.34989/tr-97>

OSTRY, Jonathan, GHOSH, Atish and CHAMON, Marcos, 2012. Two Targets, Two Instruments: Monetary and Exchange Rate Policies in Emerging Market Economies. International Monetary Fund Staff Discussion Note SDN/12/01,

February. Disponible en: <https://www.imf.org/en/Publications/Staff-Discussion-Notes/Issues/2016/12/31/Two-Targets-Two-Instruments-Monetary-and-Exchange-Rate-Policies-in-Emerging-Market-Economies-25732>

SCHMITT-GROHÉ, Stephanie and URIBE, Martín, 2003. Closing small open economy models. *Journal of International Economics*, 61 (1), pp. 163 - 185. ISSN 0022-1996. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0022-1996\(02\)00056-9](https://doi.org/10.1016/S0022-1996(02)00056-9)

SMETS, Frank and WOUTERS, Raf, 2003. An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area. *Journal of the European Economic Association*, 1 (5), pp. 1123 – 1175. ISSN en línea 1542-4774. Disponible en: <https://doi.org/10.1162/154247603770383415>

TOVAR, Camilo, 2009. DSGE Models and Central Banks. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, 3 (2009-16), pp. 1 - 31. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.5018/economics-ejournal.ja.2009-16>

VALDIVIA, Joab and VALDIVIA, Daney, 2019. Microfundamentos de una regla de política monetaria, Regla de Poole, MPRA Paper No. 93854, abril. Disponible en: <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/93854/>

ZEBALLOS, David, HEREDIA, Juan Carlos y YUJRA, Paola, 2018. Fluctuaciones cíclicas y cambios de régimen en la economía boliviana: Un análisis estructural a partir de un modelo DSGE, Instituto de Estudios Avanzados en Desarrollo (INESAD), Serie Documentos de Trabajo sobre Desarrollo 07/2018, octubre. Disponible en: <https://www.inesad.edu.bo/2018/12/07/fluctuaciones-ciclicas-y-cambios-de-regimen-en-la-economia-boliviana-un-analisis-estructural-a-partir-de-un-modelo-dsge/>

