

**MODELO KMW – MERTON PARA LA MEDICIÓN DEL
RIESGO CREDITICIO DE LAS RESERVAS
INTERNACIONALES DEL BANCO CENTRAL DE BOLIVIA***

OSCAR A. MARTÍNEZ C.

RAÚL A. BALLÓN F.

* El presente trabajo no refleja necesariamente la visión del Banco Central de Bolivia ni de sus autoridades, siendo las opiniones vertidas de exclusiva responsabilidad de los autores.

RESUMEN

La inversión de las reservas internacionales del BCB, que a la fecha superan los USD 8.500 millones, se encuentra expuesta al riesgo crediticio que ante el escenario de crisis financiera internacional y alta volatilidad en los mercados resaltó la importancia de su medición.

La crisis del mercado *Sub Prime* en Estados Unidos que tuvo su punto crítico en septiembre de 2008, con incidencias en el desempeño de instituciones financieras de alta calidad crediticia, haciéndose necesaria una mejora en el monitoreo y medición del riesgo crediticio de las contrapartes bancarias en las que invierte el BCB. El presente documento propone como medida adicional a la calificación de las agencias calificadoras de riesgo crediticio un enfoque cuantitativo basado en la metodología KMV-MERTON, buscando obtener una probabilidad de incumplimiento como indicador de alerta temprana del deterioro de la calidad crediticia de las contrapartes; los resultados del trabajo muestran un incremento de la probabilidad desde la quiebra de *Lehman Brothers*.

ABSTRACT

Since the Sub-Prime market crisis in the United States, that peaked up in September 2008 the financial consequences over high credit quality institutions become a major issue, making necessary to improve the monitoring and the measurement of the credit risk of BCB counterparties. This document proposes an additional quantitative measure of credit risk besides the traditional credit agency analysis; the methodology is based on KMV-Merton Model seeking the achievement of a default probability as an early alert indicator of the lack of credit quality in a banking sector counterparty, our findings show that probability of BCB's counterparties has increased since Lehman Brothers Bankruptcy.

Clasificación JEL: C15, C19

Palabras Clave: Reservas Internacionales, Banco Central de Bolivia, Riesgo Crediticio, Modelo KMV-MERTON, Probabilidad de Incumplimiento, Default.

INTRODUCCIÓN

La inversión de las reservas internacionales del Banco Central de Bolivia se encuentra expuesta a diferentes tipos de riesgos, entre ellos el riesgo de crédito o riesgo crediticio. El actual Reglamento para la Administración de las Reservas Internacionales aprobado mediante Resolución de Directorio N° 080/2009 de 7 de Julio de 2009, establece para las inversiones en el sector bancario, una calificación de riesgo crediticio igual o mayor a A y F1 en largo y corto plazo respectivamente según la agencia calificadora *Fitch* o sus equivalentes en *Moody's* ó *Standard & Poors*.

El monitoreo del riesgo crediticio es responsabilidad del Departamento de Control de Inversiones del Banco Central de Bolivia mediante el uso de la información sobre las calificaciones elaboradas por las agencias calificadoras de riesgo más importantes del mundo.

Las condiciones de alta volatilidad presentes en los mercados financieros, han originado que se preste más atención hacia el desarrollo de herramientas cuantitativas que puedan proporcionar información anticipada sobre el posible deterioro financiero de una empresa.

La detección temprana de una posible situación extraña en una empresa que pueda ser cuantificada objetivamente, complementariamente a la información que proporcionan las agencias calificadoras en base al análisis fundamental, se constituiría en un elemento adicional para monitorear el riesgo crediticio.

El objetivo del presente trabajo es establecer un modelo cuantitativo de medición de riesgo crediticio para las entidades bancarias en las cuales invierte el BCB, sobre la base del cálculo de una probabilidad de incumplimiento de acuerdo a la metodología desarrollada por MERTON utilizando la teoría de valoración de opciones.

En la primera sección se establece las bases teóricas necesarias para la comprensión del modelo, posteriormente se presenta una aplicación práctica para las contrapartes bancarias del BCB definiendo la probabilidad de incumplimiento y se calcula un VaR crediticio, finalmente en la tercera sección se presentan las conclusiones.

I. MODELO DE MEDICIÓN DE RIESGO CREDITICIO

I.1 RIESGO CREDITICIO¹

El riesgo crediticio es una de las fuentes más grandes de exposición a posibles pérdidas a la que se enfrentan los inversores y tiene relación con dos elementos, el riesgo de incumplimiento y la percepción del mercado sobre la situación financiera de una empresa, llamado riesgo de disminución de la calificación.

La posibilidad de que el emisor no tenga la capacidad financiera de cumplir con sus obligaciones de principal o intereses en los términos contractualmente pactados se denomina riesgo de incumplimiento (*Default Risk*).

El incumplimiento está asociado a conceptos tales como: el tipo de deuda, el tipo de emisor, la situación financiera del emisor, el mercado de emisión, el sector, la industria así como también los volúmenes de emisión entre los factores más importantes

Adicionalmente al riesgo de incumplimiento, las emisiones se encuentran expuestas a cambios en los precios como producto de cambios de percepción en el mercado sobre la habilidad del emisor para generar flujos de caja futuros que puedan cubrir las obligaciones adquiridas con los inversionistas, este riesgo es llamado riesgo de reducción de la calificación (*Downgrade Risk*).

El riesgo de incumplimiento y el riesgo de reducción de la calificación son llamados colectivamente riesgo crediticio y constituyen un componente muy importante a la hora de toma de decisiones por parte de los inversionistas.

La calificación de riesgo crediticio otorgada por agencias calificadoras de riesgo reconocidas a nivel mundial² refleja la opinión acerca de la situación de una determinada empresa, o emisión y la capacidad de cumplir con sus obligaciones.

¹ Srichander Ramaswamy, (2004)

² Las agencias más reconocidas son: Standard & Poors, Moody's y Fitch

La medición del riesgo crediticio se ha convertido en un aspecto muy importante para realizar inversiones, es en este contexto que existen dos grandes ramas para la medición del mismo que son el enfoque fundamental y el enfoque cuantitativo, que son detallados a continuación.

I. 2 ENFOQUES DE MEDICIÓN DE RIESGO CREDITICIO

Dentro de lo que se conoce como medición del riesgo crediticio, existen dos tipos de enfoques:³

I.2.1 ENFOQUE FUNDAMENTAL

Este enfoque, practicado para el análisis crediticio por décadas especialmente por agencias calificadoras de riesgo evaluando a la empresa como a la industria o sector a la que pertenece.

Para la empresa, evalúa tres puntos básicos: i) tipo de la actividad y la generación de flujo de efectivo, ii) nivel de apalancamiento de la organización y, iii) manejo gerencial de la empresa, (posibilidades de fusión, aspectos legales referidos a la constitución).

Adicionalmente, el análisis de la industria está relacionado con: i) estructura, ii) evolución, iii) regulación iv) comportamiento con el ciclo de la economía y, v) barreras a la entrada.

Sobre la base de la información de la empresa y de la industria las agencias calificadoras de riesgo asignan ponderaciones, realizan la simulación de diferentes escenarios y proyectan estados financieros, para posteriormente asignar un criterio de solvencia (*Creditworthiness*) expresado mediante una calificación ya sea de corto o largo plazo.

La debilidad del análisis fundamental radica en que todas las conclusiones obtenidas se basan sobre información pasada (extraída principalmente de los estados financieros), esta información no incluye el sentimiento del mercado sobre la empresa en un determinado momento y debido a la periodicidad de actualización de la información existe un evidente retraso en la actualización del sistema de calificaciones cuando

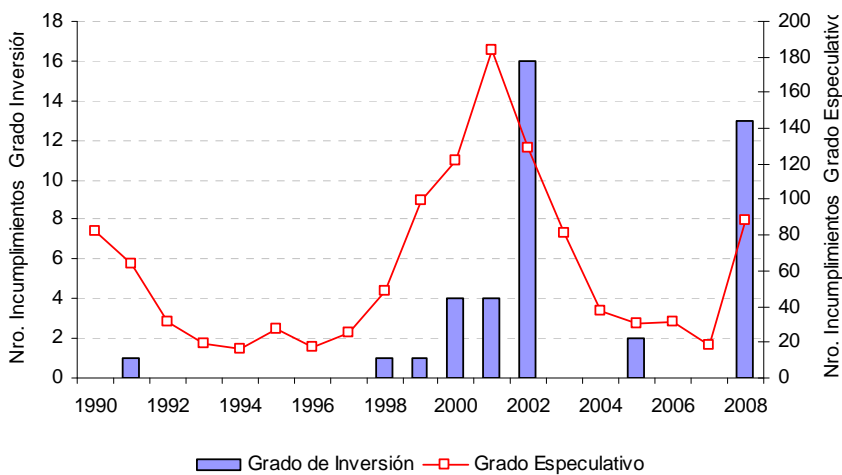
³ De acuerdo a Fabozzi, Martellini y Priaulet (2006)

ocurre un acontecimiento relevante en el mercado que impacta en la situación financiera de la empresa.

I.2.2 ENFOQUE CUANTITATIVO

Los modelos cuantitativos para la medición del riesgo crediticio no son nuevos, sin embargo su popularidad se ha visto incrementada por la aparición de nuevos instrumentos financieros basados en la calidad crediticia del emisor y por el incremento del número de incumplimientos, especialmente en el sector corporativo, tal como se observa en el Gráfico 1.

Gráfico 1: Evolución número de incumplimientos corporativos 1990-2008



Fuente: Moody's
Elaboración propia

Dentro del enfoque cuantitativo existen los denominados modelos estructurales, los cuales utilizan como información los precios de mercado de las acciones valoradas en bolsa e información de los estados financieros para determinar las probabilidades de

incumplimiento, es en esta categoría donde se encuentra el modelo KVM-MERTON⁴ a ser aplicado en el presente trabajo.

I. 3 MODELO DE MEDICIÓN DE RIESGO CREDITICIO KMV-MERTON⁵

Los modelos estructurales tratan de modelar los activos y pasivos de una empresa enfocándose en eventos económico-financieros que provocan un incumplimiento. El punto de incumplimiento ocurre cuando el valor de los activos de la empresa cae por debajo del valor de libros de la deuda, haciendo que el emisor tenga dificultades para cumplir con sus compromisos.

Debido a que los activos de la empresa no son directamente observables, se utilizan como insumos del modelo el valor de la deuda extraída del balance general, así como el valor del patrimonio y su volatilidad inferidos a partir del precio de las acciones cotizadas en bolsa; posteriormente en base a un modelo de valoración de opciones (*Black & Scholes*) se deduce el valor de los activos y volatilidad, para posteriormente obtener la probabilidad de incumplimiento.

El modelo KMV-MERTON se basa en el modelo original de Robert Merton (1974) cuyos supuestos más importantes son resumidos a continuación

- i) No existen costos de transacción
- ii) No existen impuestos
- iii) Divisibilidad infinita de los activos
- iv) Acceso a la información sin costo
- v) Transacciones realizadas en el mercado continuamente
- vi) No existen pagos de dividendos
- vii) No existen recompra de acciones
- viii) No existen pago de cupones (deuda cupón cero)
- ix) No existe ley de banca rota a la cual acogerse
- x) Se asumen tasas de interés constantes

Con base en los supuestos anteriores, el modelo asume que la empresa presenta de manera general la estructura de deuda y patrimonio o

⁴ Otros modelos pertenecientes a esta categoría son los modelos de factores.

⁵ Merton (1974)

patrimonio residual (diferencia entre activos y pasivos) y que toda la deuda tiene un período de maduración de $T - t$ años al momento t , y donde T representa el periodo de maduración de toda la deuda emitida.

Las funciones de pago para los accionistas y los tenedores de deuda cupón cero son:

$$C = \text{Max}[0, S(T) - E] \quad (1)$$

$$C = \text{Min}[S(T), E] \quad (2)$$

Donde:

C : Valor del Patrimonio

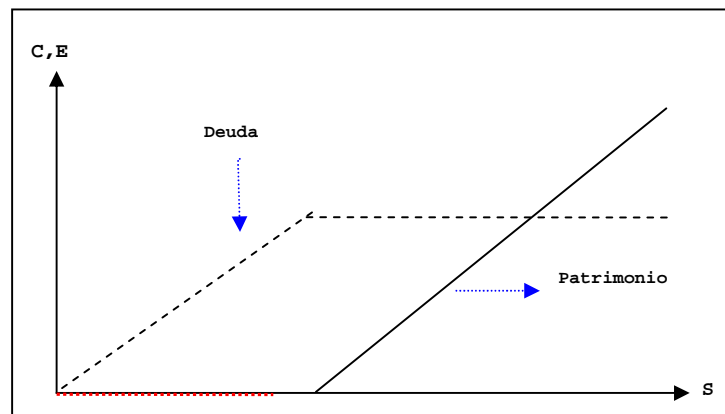
E : Valor de la Deuda

S : Valor de los Activos

T : Tiempo a maduración Deuda

En la ecuación (1), se establece que los tenedores de acciones solo recibirán un pago cuando exista un valor residual entre los activos y el valor pactado de la deuda, mientras que en la ecuación (2) los tenedores de bonos cupón cero obtendrán al menos el valor de los activos en caso de quiebra.

Gráfico 2: Funciones de pago Modelo de KMW-MERTON



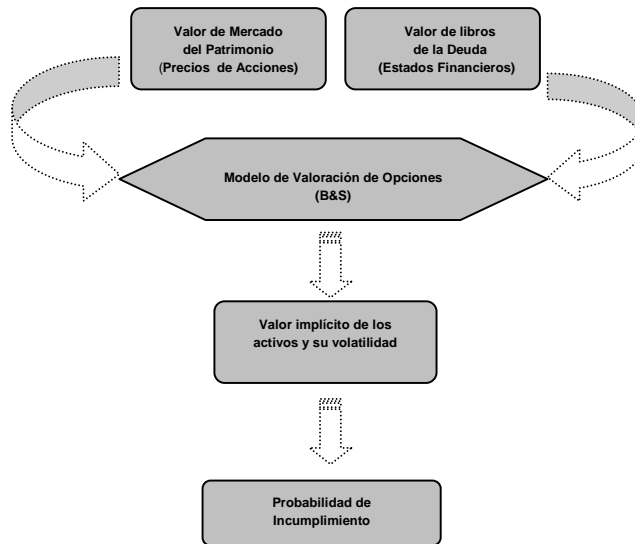
Elaboración propia

Del gráfico 2, se puede deducir que el Modelo de KMV-MERTON asume que los accionistas poseen una opción “call”⁶ sobre los activos de la firma con el precio “strike”⁷ igual al valor de la deuda en un determinado momento del tiempo.

Acudiendo a la valoración de opciones de *Black-Scholes*, el modelo de KMV-MERTON intenta inferir el valor de los activos de la empresa por medio de la estimación de la volatilidad del patrimonio y del valor del mismo, para posteriormente obtener la probabilidad de incumplimiento o *Default*.

A continuación se presenta un resumen del modelo Estructural de KMV-MERTON:

Gráfico 3: Modelo estructural de MERTON



Fuente: Fabozzi, Martellini y Priaulet (2006)

⁶ Una opción call es un contrato por el que el comprador tiene el derecho mas no la obligación de comprar un determinado activo subyacente, pagando una prima por esa opción.

⁷ En la literatura financiera el precio strike significa el precio al cual se ejecuta la opción ya sea de compra o venta en una determinada fecha.

El esquema anterior muestra que se tienen los siguientes elementos fundamentales para el cálculo de la probabilidad de incumplimiento:

- i) El valor de los activos y su volatilidad
- ii) El nivel de deuda relevante o nivel distress

I. 3.1 VALOR Y VOLATILIDAD DE ACTIVOS

El valor de los activos es el valor presente de los flujos futuros de efectivo producidos por los activos de la empresa y descontados a una tasa de interés relevante para los mismos, de esta manera se logra captar los aspectos relevantes del giro de la empresa y de la economía en la que se desempeña.

Por otra parte la volatilidad mide la incertidumbre sobre el valor de los activos, y por tanto del giro del negocio de la empresa e industria en la cual se desempeña; se dice que existe incertidumbre sobre el valor de los activos debido a que los mismos son valores implícitos resultado de la valoración del patrimonio y su volatilidad.

De acuerdo a lo explicado en la sección previa, si se tiene acceso a los precios de las acciones de una empresa, se puede inferir el valor de los activos y su volatilidad derivados del valor del patrimonio por medio de una fórmula de valoración de opciones de *Black – Sholes*, asumiendo que los accionistas tienen una opción call sobre el valor del activo subyacente

Formalmente se puede expresar esta relación como:

$$C(S, t) = SN(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (3)$$

Donde:

- C : Valor del Patrimonio
- S : Valor de los Activos
- E : Valor de la Deuda
- r : Tasa de interés (Rendimiento U.S Treasury Bill a 6 meses)
- T : Tiempo de maduración deuda
- N : Función normal acumulada
- t : Momento del tiempo menor a T

Con N^8 representando la distribución normal acumulada, y d_1 y d_2 definidas como:

$$d_1 = \frac{\left(\log \left(\frac{S}{E} \right) + \left(r + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (T - t) \right)}{\sigma \sqrt{T - t}} \quad (4)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (5)$$

Las ecuaciones (4) y (5) son resueltas de manera simultánea, de forma de obtener las soluciones para los dos valores incógnitas de las ecuaciones: el valor de los activos (S) y la volatilidad de los activos (σ), sin embargo, previamente a la resolución de las ecuaciones se debe definir el nivel de deuda relevante a ser considerado en dichas ecuaciones.

El detalle de la resolución se muestra en el Anexo 1.

I. 3.2 DEUDA RELEVANTE (E) Y DISTANCIA A DEFAULT (DD)

La deuda expresa el valor del apalancamiento actual de la empresa, ya que se quiere saber cual es el monto exacto de la deuda en el momento “ t ”, esta información es extraída de los estados financieros⁹, para luego ser introducida en el modelo.

Formalmente el nivel de deuda estará definido por la siguiente ecuación

$$E = DCPL + 0,6 DLPL \quad (6)$$

⁸ La distribución normal acumulada de una variable x cualquiera esta definida como:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{(-\frac{1}{2})y^2} dy$$

⁹ En la realidad todas las empresas están compuestas en su estructura de capital por deuda de corto y largo plazo por lo que la deuda relevante para considerar el punto de incumplimiento estará situada en algún lugar entre ambas clases de deudas

Con:

DCPL : Deuda de Corto Plazo

DLPL : Deuda de Largo Plazo

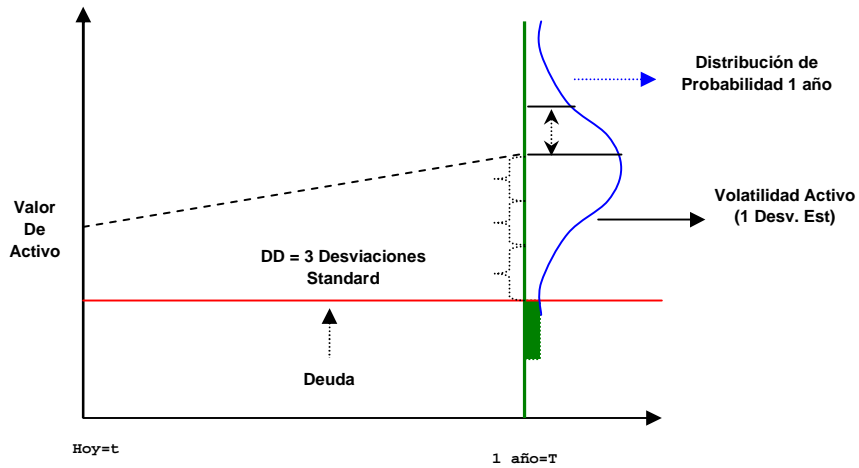
La introducción de una distinción entre deuda de corto y largo plazo se debe a que en el momento de realizarse la liquidación de una empresa la deuda de corto plazo es la que generalmente se repaga con mayor rapidez mientras que solo una porción de la deuda de largo plazo alcanza a ser honrada.¹⁰

Con la finalidad de estandarizar la medida de dispersión con referencia al punto de default, los conceptos mencionados anteriormente pueden ser combinados para ser expresados en términos de desviaciones estándar bajo la denominación de Distancia a *Default* (DD), estableciéndose así una percepción de la desviación respecto al valor medio de la variable en la que se incurre en un determinado momento.

La DD es la diferencia entre el valor de los activos de una empresa y el valor de la deuda en libros de la misma, medida en unidades de desviación estándar con referencia al valor de los activos. En otras palabras es el número de desviaciones estándar en que se encuentra separada la empresa del punto de *default*. En términos formales, la distancia a default en la ecuación de *Black & Scholes* es igual al valor d_2 en la ecuación (5).

¹⁰ *Moody's* concluye a partir de sus estudios de *default*, que por lo general las contrapartes no hacen *default* cuando el valor de los activos alcanza el valor contable de la deuda total. En efecto, una porción de la deuda es de largo plazo, y por ende incrementa el margen de maniobra de la contraparte. En este sentido, el punto de *default* se ubica entre la deuda total y la deuda de corto plazo entre 0,5 a 0,6

Gráfico 4: Distancia a Default (DD)



Elaboración propia

La idea detrás del modelo es que a medida que se reduce el valor de los activos en el tiempo, existe una posibilidad que el mismo se encuentre por debajo del valor de la deuda, a este valor se le asigna una probabilidad de ocurrencia (a un nivel de significación determinado) del evento o probabilidad de *default*.¹¹

¹¹ Si se tuviesen todos los datos necesarios de una determinada empresa, la DD podría ser estimada como

$$DD = \left(\frac{S - E}{S \sigma} \right)$$

I. 3.3 MEDICIÓN DE PROBABILIDAD

La interacción de elementos que brindan información pasada (estados financieros) e información en tiempo real (precios de las acciones) que reflejaría las perspectivas subjetivas de los inversionistas hacia una determinada compañía o empresa,¹² permite la combinación de información presente y pasada potenciando el modelo sobre los modelos de enfoque fundamental donde solo se utiliza un tipo de información.

El modelo KMV-MERTON se basa en el desarrollo realizado por *Vasicek-Kealhofer* (VK)¹³ que es una ampliación del modelo original de MERTON, y que calcula la Frecuencia de Incumplimiento Esperada o EDF (por sus siglas en inglés), representando la probabilidad de incumplimiento durante un año.

Un concepto muy ligado con la probabilidad de default, es lo que se denomina como pérdida dado incumplimiento (o LGD en inglés), concepto que a su vez tiene que ver con ideas descritas brevemente a continuación:

i) Tipo de Deuda:

Referente al tipo de deuda que representa en el balance la emisión para el emisor de acuerdo a clasificaciones de liquidez, regulación, emisión, etc.

ii) Tasa de Recuperación:

Comúnmente llamada "*seniority*", hace referencia a promedios históricos de recuperación de la inversión dado un evento de incumplimiento de acuerdo al tipo de deuda, y sistemas de garantías específicos que puedan tener las emisiones.

La información referente a los anteriores dos conceptos es generalmente

¹² De acuerdo al supuesto de información perfecta y completa de los mercados financieros, si el volumen de transacciones de un determinado paquete accionario es muy alto la información desprendida de este hecho refleja de manera correcta la percepción de las expectativas de los inversionistas hacia ese *stock* de acciones.

¹³ Véase Crosbie y R. Bohn (1993)

proporcionada por una entidad externa como ser una agencia calificadoradora de riesgo crediticio donde se agrupan estos conceptos por tipo de industria, emisor, y calificación de riesgo¹⁴.

El modelar la variable LGD es muy importante y para ello generalmente se utiliza una distribución Beta asumiendo valores de recuperación entre 0 a 100%, esta distribución es útil ya que permite acotar los valores de las variables a dos puntos (sin recuperación de la inversión y total recuperación de la inversión)

La distribución Beta es estimable a partir de dos parámetros:

$$Alpha = \left[\mu_{LGD}^2 \times \frac{(1 - \mu_{LGD})}{\sigma_{LGD}^2} \right] - \mu_{LGD} \quad (7)$$

$$Beta = Alpha \times \left(\frac{1}{\mu_{LGD}} - 1 \right) \quad (8)$$

Donde μ_{LGD} representa el promedio del porcentaje de pérdidas históricas dado el evento de default y σ_{LGD}^2 representa la varianza de tales porcentajes históricos, ambos por calificación crediticia y tipo de deuda, por lo que la *LGD* estará dada por:

$$LGD = 1 - RR \quad (9)$$

Donde *RR* representa la tasa de recuperación

En resumen se puede decir que la pérdida por contraparte *i* asociada a la tasa de recuperación respectiva por calificación *j* y tipo de deuda *k*¹⁵ están dados por:

$$LGD_i = PD_i \times LGD_{jk} \times 100 \quad (10)$$

¹⁴ Moody's Investor Service (2009)

¹⁵ De acuerdo al Reglamento para la Administración de las Reservas Internacionales, las inversiones se efectúan en deuda *Senior*.

Donde la probabilidad de *Default* i es obtenida de la distribución de probabilidad de la DD.

Finalmente se debe mencionar que las contrapartes al estar todas dentro de una misma industria, se encuentran expuestas al riesgo sistémico por la caída de una empresa y su potencial efecto en otra, por lo que se debe calcular una matriz de correlaciones para tomar en cuenta este efecto.¹⁶

II. MEDICIÓN DEL RIESGO CREDITICIO PARA LAS RESERVAS INTERNACIONALES DEL BANCO CENTRAL DE BOLIVIA

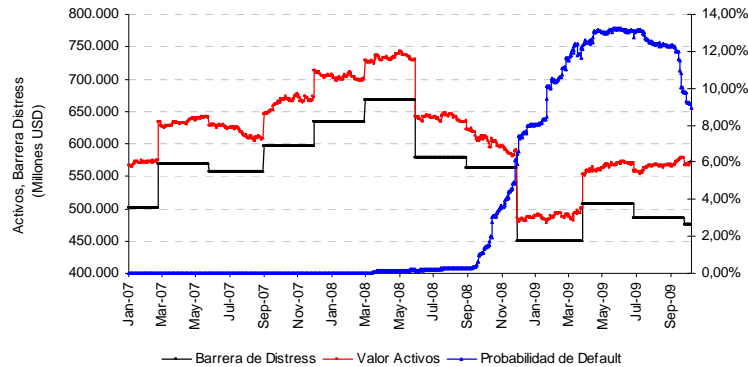
Para medir el riesgo crediticio y más específicamente obtener la probabilidad de default (en un horizonte de un año) de las contrapartes en las cuales se invierten las reservas internacionales del Banco Central de Bolivia, se tomaron en cuenta 22 contrapartes bancarias que cumplen con los criterios de selección establecidos en el reglamento para la administración de las reservas internacionales y que además cuentan con información disponible de cotización en bolsa. Los datos utilizados abarcan el período desde el 1ro de enero de 2007 al 7 de octubre de 2009 con una frecuencia diaria. Respecto a la información de la deuda a corto y largo plazo de cada una de las instituciones, esta fue extraída de los balances generales correspondientes para cada fecha.¹⁷

Una empresa entra en default cuando el valor de sus activos es inferior a su nivel de *distress*; tomando como ejemplo ilustrativo el caso de una contraparte A+ como *Goldman Sachs* de reconocida trayectoria en el mercado afectada por la crisis financiera, el siguiente gráfico muestra la evolución del valor de sus activos en comparación con el nivel de *distress* y su probabilidad de default de enero 2007 a octubre 2009 utilizando el modelo KMV-MERTON.

¹⁶ El presente trabajo calcula una matriz de correlaciones entre los activos implícitos de las contrapartes por medio de la probabilidad de default para posteriormente agregar los resultados a nivel de portafolio.

¹⁷ La fuente de información para los datos de cotización de bolsa e información del balance general fue *Bloomberg*.

**Gráfico 5: Evolución valor de activos, nivel de distress
Probabilidad de Default Goldman Sachs A+
enero 2007 – octubre 2009**



Elaboración propia

Puede observarse que a medida que el valor de los activos se acerca al nivel de *distress* a partir de septiembre 2008, la probabilidad de *default* aumenta de manera acelerada llegando al máximo en enero de 2009 mientras que anteriormente la probabilidad fue cercana a cero cuando el valor de los activos está por encima del nivel de *distress*.

Es interesante notar como el modelo muestra cierto incremento de la probabilidad de *default* desde mayo de 2008 por encima de su tendencia histórica, incrementándose mas a medida que los mercados incrementan la volatilidad, proveyendo así una señal de alerta temprana en cuanto a la percepción del mercado sobre el desempeño financiero de la institución.

Posteriormente en base al modelo KMV-MERTON explicado anteriormente, se estimaron las probabilidades de default en un año de cada una de las contrapartes bancarias autorizadas y cuyas cotizaciones se encontraban disponibles.¹⁸

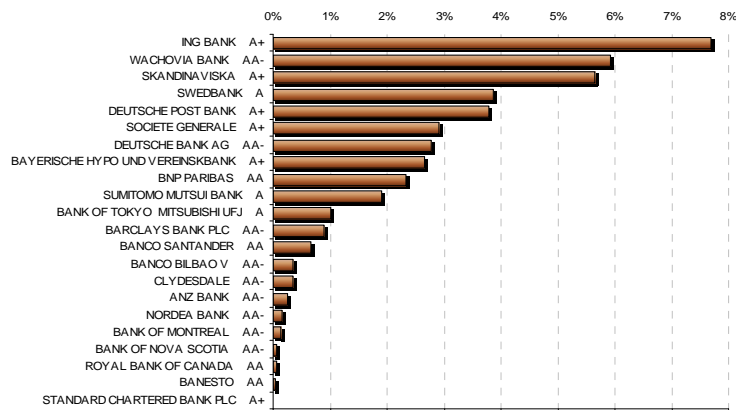
¹⁸ La fuente de la información de los precios de acciones y estados financieros es *Bloomberg*, no se encontraron cotizaciones para *Credit Industriel*, *DZ Bank AG*, *Rabobank Nederland*.

Se realizó el análisis para 22 contrapartes donde 19 poseen probabilidades de default inferiores al 5%, mientras que solo 3 se encuentran por encima del 5%.

El siguiente gráfico muestra el promedio de las probabilidades históricas de *default* a un año para las 22 contrapartes analizadas. El periodo de análisis es del 1ro de enero de 2007 al 7 octubre de 2009.

Un ejemplo detallado de la probabilidad de *Default* o Incumplimiento para una de las contrapartes bancarias del BCB se encuentra en el Anexo 2.

**Gráfico 6: Probabilidades promedio históricas de *default* a un año
Contrapartes bancarias (2007-2009)**



Elaboración propia

Del gráfico anterior se puede inferir lo siguiente:

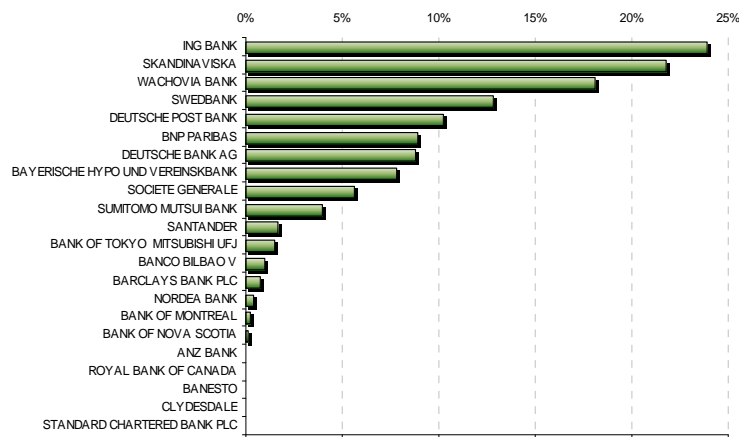
El promedio histórico de la probabilidad de default para el conjunto de las contrapartes bancarias del BCB de acuerdo al modelo KMV-MERTON para todo el período de análisis (enero 2007 – octubre 2009) fue de 2%, los casos con mayor probabilidad son los de *ING Bank*, *Wachovia Bank*, *SwedBank*, *Skandinaviska*, *Deutsche Post Bank*.

Los bancos que presentan una menor probabilidad histórica de default son: *Standard Chartered Bank*, *Banesto*, *Royal Bank of Canada* y *Bank of Nova Scotia*.

Por otro lado, se observa que las probabilidades estimadas de acuerdo a la metodología KMV-MERTON pueden ser mayores para una institución con mayor calificación crediticia que para otra con menor calificación según la escala de Fitch, expresando de esta manera que el modelo toma en cuenta en mayor medida las características particulares de una contraparte que condiciones generales de una determinada calificación crediticia. La escala de las calificaciones crediticias de la agencia calificadora Fitch se muestra en detalle en el Anexo 3.

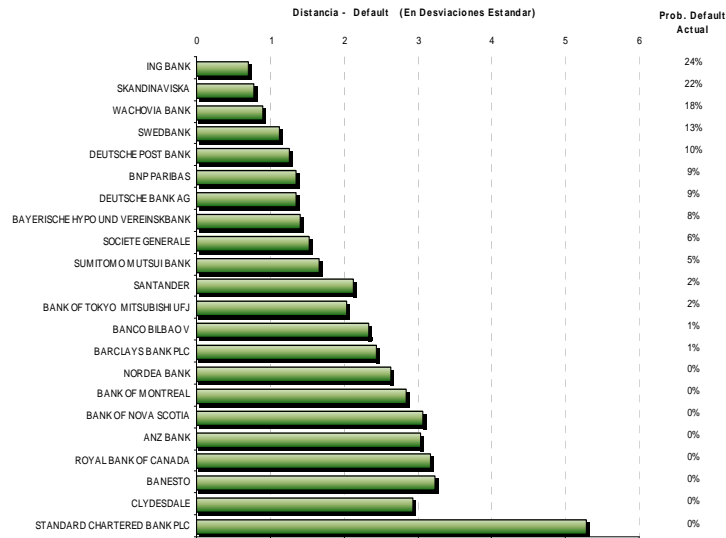
El gráfico 7 muestra el incremento de las probabilidades después de la quiebra de *Lehman*, observándose un impacto importante en las contrapartes del BCB con un incremento de la probabilidad mayor al 10% para: *ING Bank*, *Wachovia Bank*, *SwedBank*, *Skandinaviska*, *Deutsche Post Bank*, el anexo 4 muestra en detalle la probabilidad de default.

Gráfico 7: Incremento probabilidad de default después de Crisis de Lehman



Elaboración propia

Gráfico 8: Distancia a default y probabilidad de default actual



Elaboración propia

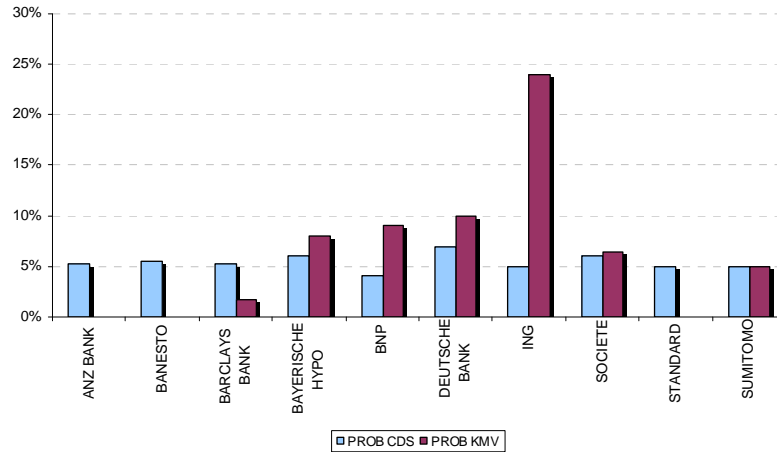
Por otro lado, como se observa en el gráfico 8 las contrapartes más riesgosas se encuentran a menos de una desviación estándar de la barrera *distress* mientras que las contrapartes menos riesgosas se encuentran por encima de dos desviaciones estándar.

De lo anterior se destaca la capacidad del modelo para medir los impactos de sucesos importantes en el mercado, generándose una reacción significativa en la probabilidad de default; por otro lado la variación de las probabilidades de default indica que el nivel de *stress* continuaría presente en el mercado, ya que las probabilidades de *default* no han retornado a sus niveles precrisis.

Con la finalidad de observar el comportamiento del modelo para las contrapartes analizadas, se procedió a comparar los resultados del cálculo de probabilidad contra un indicador de mercado que expresa la percepción de los inversionistas sobre un banco, como son los *Credit*

Default Swaps (CDS)¹⁹, y más específicamente se comparó la probabilidad implícita de default de los mismos para las contrapartes con información disponible.²⁰

Gráfico 9: Comparación probabilidad de default vs CDs



Fuente: Bloomberg
Elaboración propia

La comparación de los CDS contra la probabilidad de default del modelo muestra para la mayoría de los casos un comportamiento bastante relacionado, salvo para el caso de ING donde se observa una sobreestimación de la probabilidad.

Las diferencias entre el CDS y los resultados del modelo se deben entre otros a que el modelo no toma en cuenta consideraciones de liquidez, o de soporte gubernamental que gozan algunas contrapartes y hace hincapié únicamente en el precio de las acciones y los estados financieros.

¹⁹ Un CDS es un contrato *swap* en el cual el comprador realiza una serie de pagos al vendedor a cambio de recibir el pago de un flujo de efectivo en caso de que un bono de un banco entre en *default*, debido a una banca rota o reestructuración, comúnmente es percibido como un seguro contra incumplimientos.

²⁰ La fuente de información de los CDS es *Bloomberg*

Tanto el modelo KMV-MERTON como sus probabilidades y los CDS se encuentran sujetos a percepciones de mercado, por lo que están expuestos a posibles procesos especulativos que se pueden reflejar en los resultados, sin embargo al mismo tiempo las probabilidades de default pueden proveer un indicador de alerta temprana sobre un posible deterioro de las condiciones financieras de las contrapartes del BCB que puede ser comparado con un indicador de mercado como los CDS para una mejor toma de decisiones de inversión.

Con el propósito de evaluar una posible pérdida asociada con las probabilidades de default, a continuación se procede a la estimación de un VaR crediticio para las contrapartes del BCB.

II.1 VAR²¹ CREDITICIO

El VaR es una medida de riesgo de mercado que puede ser adaptada al riesgo de crediticio para mostrar la máxima pérdida esperada para un horizonte de tiempo determinado y un nivel de confianza dado bajo condiciones normales de mercado.

El cálculo del VaR crediticio mediante simulación requiere el establecimiento de los siguientes elementos

- i) Exposiciones²²
- ii) Tasa de Recuperación en caso de *Default*
- iii) Correlaciones Probabilidad *Default* (Anexo 5)

Tomando en cuenta los anteriores elementos, se efectuó un ejercicio de simulación de Monte Carlo para obtener las distribuciones de pérdidas y así estimar el VaR Crediticio al 90%, 95% y 99% de confianza.

Para tal efecto, se consideró lo siguiente:

- i) Las correlaciones de las probabilidades default de las contrapartes bancarias son calculadas con las series históricas de las probabilidades de default obtenidas mediante el modelo KMV correspondientes a enero 2007 - octubre 2009.

²¹ Véase Srichander y Ramaswamy (2004)

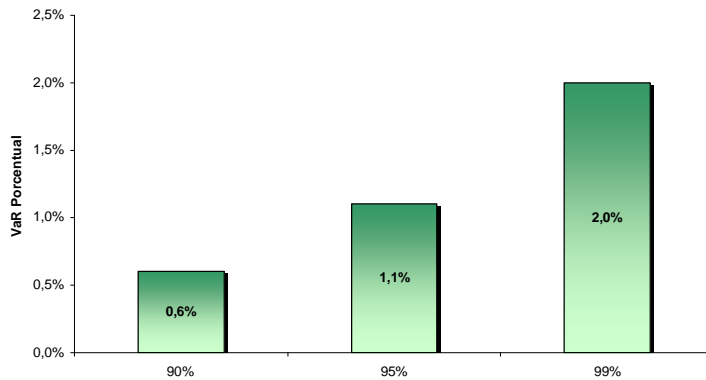
²² El nivel de reservas internacionales usado en el trabajo fue de 7400 millones USD

- ii) La probabilidad de default fue considerada como una variable aleatoria.²³
- iii) La pérdida (en porcentaje) una vez acontecido el escenario de default fue también considerada una variable aleatoria.²⁴

El VaR crediticio muestra los resultados para un portafolio con una inversión máxima de 35% sobre el total de las reservas internacionales²⁵ para el sector bancario, con asignaciones iguales entre contrapartes, a partir de estos escenarios se calculó el VaR crediticio para los tres escenarios.

El objetivo de simular los diferentes escenarios con diferentes niveles de confianza es observar el incremento de la pérdida porcentual incremental por la inversión en el sector bancario.

Gráfico 10: VaR crediticio contrapartes bancarias BCB



Elaboración propia

²³ Se consideró una variable binomial con dos resultados posibles: la contraparte entra en default y lo opuesto.

²⁴ Se consideró una variable que sigue una distribución beta con los siguientes parámetros: $\alpha = 0,5$ y $\beta = 5$; para el trabajo se tomaron los datos históricos de 1982 – 2008 de porcentajes de pérdidas dado el evento de *default* basados en la agencia calificadora *Moody's*.

²⁵ De acuerdo al reglamento de Inversión de Reservas aprobado el 7 de julio de 2009.

El incremento porcentual del VaR del 90% al 99% en el nivel de confianza alcanza como máximo a 2% de las reservas internacionales, encontrándose dentro del límite establecido por el reglamento.²⁶

Finalmente se debe mencionar que el análisis de la probabilidad de *Default* y del VaR crediticio se realizaron dentro de un escenario volatilidad en el mercado, por lo que cuando las condiciones de incertidumbre disminuyan tanto las probabilidades de default como el VaR crediticio deberían reducirse.

III. CONCLUSIONES

La crisis financiera internacional del año pasado y sus repercusiones sobre la calidad crediticia de las entidades financieras en las cuales invierte sus reservas el BCB hacen necesaria la implementación de un modelo interno de riesgo crediticio para seguimiento de las contrapartes bancarias del BCB.

La metodología desarrollada por KMV-MERTON, permite evaluar el riesgo crediticio a través de la probabilidad de default de una manera continua (diaria) en base a información de mercado y de los estados financieros. La interacción de estas dos clases de información convierte al modelo en un herramienta complementaria de análisis, permitiendo una mejor medición del riesgo crediticio y complementando la información de las agencias calificadoras de riesgo.

El seguimiento del riesgo crediticio de manera diaria mediante el uso del modelo puede ser beneficioso para comprender el sentimiento del mercado hacia una determinada contraparte proveyendo un punto de vista diferente al análisis fundamental tradicional.

El modelo establece que en promedio la probabilidad de default histórica para las contrapartes bancarias del BCB se encuentra en alrededor de 2%, nivel muy por debajo de las actuales probabilidades de *default* y de los CDS de las contrapartes debido al stress del mercado originado después de la quiebra de *Lehman*; pudiéndose esperar niveles probabilidad menores en cuanto las condiciones de estabilidad regresen al mercado.

²⁶ El reglamento establece que los retornos negativos no deben exceder el 8%.

El modelo KMV-MERTON hace énfasis en las características particulares de las contrapartes tomando en cuenta información presente y pasada, por lo que las probabilidades de *default* pueden ser mayores para instituciones con una mayor calificación crediticia.

La aplicación del VaR crediticio expresado en términos porcentuales permite ver que la máxima pérdida al 99% de confianza podría alcanzar al 2% sobre las reservas monetarias internacionales con un límite de 35% para la inversión en sector bancario y asumiendo un nivel de reservas monetarias internacionales de 7.500 millones USD, encontrándose dentro de los límites de retornos negativos establecidos en el reglamento de inversiones del BCB.

Como herramienta de análisis cuantitativo, el modelo incorpora elementos de riesgo crediticio como el tipo de deuda, tasa de recuperación de acuerdo a los lineamientos de inversión del BCB, además de correlacionar estas variables a través de la probabilidad de *default*, convirtiéndola en una herramienta complementaria útil al análisis de las agencias calificadoras de riesgo crediticio.

Un requisito esencial en el modelo se refiere a que las contrapartes deben cotizar en bolsa, de otra manera no se podría efectuar el monitoreo y el cálculo del riesgo crediticio medido por la probabilidad de *default*.

Por otra parte, se debe mencionar que este modelo refleja las percepciones del mercado que en algún momento pueden incluir algún componente especulativo, por lo que se debe complementar la información del modelo con el análisis fundamental para así tener una herramienta mucho más completa.

Finalmente, es importante mencionar que durante la crisis financiera internacional y a pesar del incremento de las probabilidades de *default* y su persistencia en el mercado, todas las contrapartes del BCB cumplieron sus obligaciones en los términos inicialmente acordados, y que esta metodología es una herramienta adicional de alerta temprana sobre la percepción del riesgo crediticio por parte de los agentes de mercado que podría llevar a mejorar las decisiones de inversión.

BIBLIOGRAFÍA

- Frank J. Fabozzi, Lionel Martellini, Philippe Priaulet, (2006). "Advanced Bond Portfolio Management", Willey Finance.
- Gunter Löffler, Peter N. Posch, (2007). "Credit Risk Modeling Using Excel and VBA", Willey Finance.
- Kendall, M.G., (1955). "Rank correlation Methods", Hafner Publishing Co.
- Merton, R. C.,(1974). "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates", Journal of Finance.
- Moody's Investor Service (2009). "Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2008"
- Peter J. Crosbie, Jeffrey R. Bohn, (1993)." Modeling Default Risk", KVM LLC.
- Srichander Ramaswamy, (2004)."Managing Credit Risk in Corporate Bond Portfolios, A Practitioner's Guide", Willey Finance.

ANEXO 1: EL MODELO BLACK SHOLES MERTON

Supongamos que el valor de una acción, que se toma como activo subyacente, es S y satisface la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dx \quad (A.1)$$

donde μ es la tasa promedio de rendimiento, t es el tiempo, σ es la volatilidad y dx es un proceso de Wiener, que satisface una distribución normal $N(0, \sqrt{dt})$.

La igualdad planteada se conoce como movimiento browniano geométrico. El valor de una opción sobre aquel activo subyacente, lo denotaremos por $V = V(S, t)$, y es una función del valor de ese activo S , y del tiempo t .

Usando el lema de Itô (que es una conocida fórmula del cálculo estocástico) se tiene que:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} (dS)^2 = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \mu S \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right] dt + \sigma S \frac{\partial V}{\partial S} dx \quad (A.2)$$

En este caso, igual que en el caso discreto, se puede valorar el precio de la opción comparando con un portafolio apropiado, que elimine la aleatoriedad del movimiento browniano. Como S y V están correlacionados, esto puede hacerse construyendo un portafolio que consiste de una opción y un número $-\frac{\partial V}{\partial S}$ de acciones. El valor de este portafolio estará dado por:

$$\Pi = V - \frac{\partial V}{\partial S} S \quad (A.3)$$

Por lo tanto el cambio del valor del portafolio será:

$$d\Pi = dV - \frac{\partial V}{\partial S} dS \quad (\text{A.4})$$

Que combinando con las expresiones dadas para dS y dV se convierte en:

$$d\Pi = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right] dt \quad (\text{A.5})$$

a una tasa sin riesgo Π . Además la ganancia de invertir r , durante un intervalo de tiempo dt , sería $r \Pi dt$

Entonces asumiendo que no existe oportunidad de arbitraje y que no hay costos de transacción, se tendría que,

$$r \Pi dt = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right] dt \quad (\text{A.6})$$

Sustituyendo $\Pi = V - \frac{\partial V}{\partial S} S$ en la expresión anterior y dividiendo por t se obtiene la ecuación diferencial de *Black-Scholes*:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \quad (\text{A.7})$$

El valor de cualquier derivado financiero debe satisfacer esta ecuación básica.

Como la mayoría de las ecuaciones diferenciales, la ecuación de B-S-M tiene muchas soluciones, que dependen de las condiciones iniciales y de frontera, y que corresponden a la multitud de posibles instrumentos derivados financieros. En muchos casos prácticos, los procedimientos no permiten una solución analítica, y se hace necesario recurrir a métodos numéricos.

En el caso de una opción *Call* Europea, con precio de ejercicio E , y término de expiración T , al final del período la opción debe valer

exactamente $\max(S - E, 0)$ cuando $t = T$. Para este derivado en particular y con la condición dada, el valor de esa opción, generado por el modelo está dado por:

$$C(S,t) = SN(d_1) + Ee^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (\text{A.8})$$

Esta es la llamada fórmula de *Black Scholes* MERTON. En ella $N(x)$ es el valor de la función de probabilidad acumulada de una distribución normal estándar, es decir:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(1/2)y^2} dy$$

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \quad (\text{A.9})$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (\text{A.10})$$

De acuerdo con la fórmula, el valor de la opción de *Call* C puede ser explicada por la diferencia entre el precio esperado de la acción - el primer término del miembro derecho - y el costo esperado -el segundo término del segundo miembro - si la opción es ejercida.

El valor de la opción es mayor cuanto más alto sea el precio presente de la acción S ; cuanto más alta sea la volatilidad del precio de la acción - medida por la desviación estándar σ ; cuanto más alta sea la tasa de interés libre de riesgo r ; cuanto más largo sea el tiempo hasta la madurez T , y cuanto más bajo sea el precio de ejercicio E , ya que entonces aumenta la probabilidad de que la opción sea ejercida.

Esta probabilidad es, bajo la hipótesis de neutralidad del riesgo, evaluada por la función de distribución normal estandarizada N , en el segundo término del segundo miembro.

En la ecuación todos los parámetros son observables, excepto la volatilidad.

Ésta debe estimarse a partir de datos históricos del mercado. Alternativamente, si se sabe el precio de la opción call, puede utilizarse para calcular la volatilidad estimada por el mercado, también llamada "volatilidad implícita".

Con frecuencia se confunden el modelo y la fórmula. Es importante aclarar que el modelo B-S-M es la ecuación diferencial en derivadas parciales; y la fórmula de B-S-M, aunque es muy aplicada, sólo es una solución particular, válida para condiciones iniciales o de frontera muy específicas.

**ANEXO 2: EJEMPLO: CÁLCULO PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO ANZ
BANK AL 7/10/2009**

En base a la utilización de la ecuación *Black&Sholes* se procede a estimar la probabilidad para el ANZ Bank al 7/10/2009 con un horizonte de un año compuesto de 260 días, con los siguientes datos en frecuencia diaria.

1. Datos

$$C = 51,471$$

$$\sigma_c = 40.62\%$$

$$E = 81,086$$

$$\text{Tasa Libre de Riesgo} = 0.14\%$$

$$\text{Período de tiempo} = 1 \text{ año}$$

1. Las incógnitas del sistema son el valor y volatilidad de los activos, como valores iniciales de los mismos se toman:

a) $S = C + E$

b) $\sigma_c = \sigma_A \times N(d_1) \times \frac{S}{C}$

Resolviendo a y b se tiene c) para σ_A con $N(d_1) = 1$:

c) $\sigma_A = \sigma_c \times \frac{C}{S}$

2. Aplicando las formulas de d_1 y d_2 de la formula *Black&Sholes*

$$d_1 = 3.19$$

$$d_2 = 3.04$$

$$N(d_1) = 1.00$$

$$N(d_2) = 1.00$$

3. Adicionalmente se puede expresar el valor del *equity* y su volatilidad como:

$$C = S \times N(d_1) - E \times \exp(-Tasa.libre \times 1) \times N(d_2)$$

4. Se procede a minimizar el error cuadrático de la razón entre el valor estimado del *equity* y volatilidad estimada con los datos iniciales respectivos.
5. Se calcula la $DD = 3.03$
6. La probabilidad es igual a: $N(-DD) = 0.12\%$ con $S = 132,439$

Este procedimiento se utilizó para cada una de las contrapartes para cada uno de los días de cálculo.

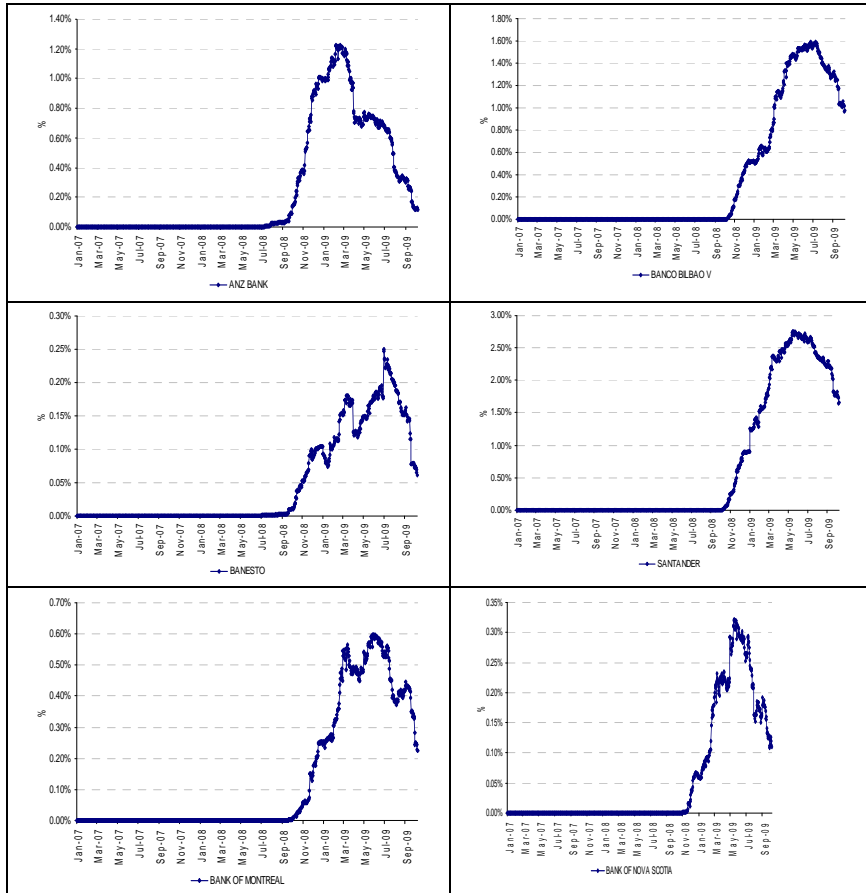
ANEXO 3: CALIFICACIONES DE RIESGO CREDITICIO – LARGO PLAZO *FITCH*

Las calificaciones de riesgo crediticio expresan la calidad del emisor para honrar sus obligaciones. La escala de calificaciones de largo plazo de la agencia calificadora de riesgo *Fitch* se muestra en el siguiente cuadro, en el cual, la mayor calificación crediticia es de AAA mientras que D indica incumplimiento.

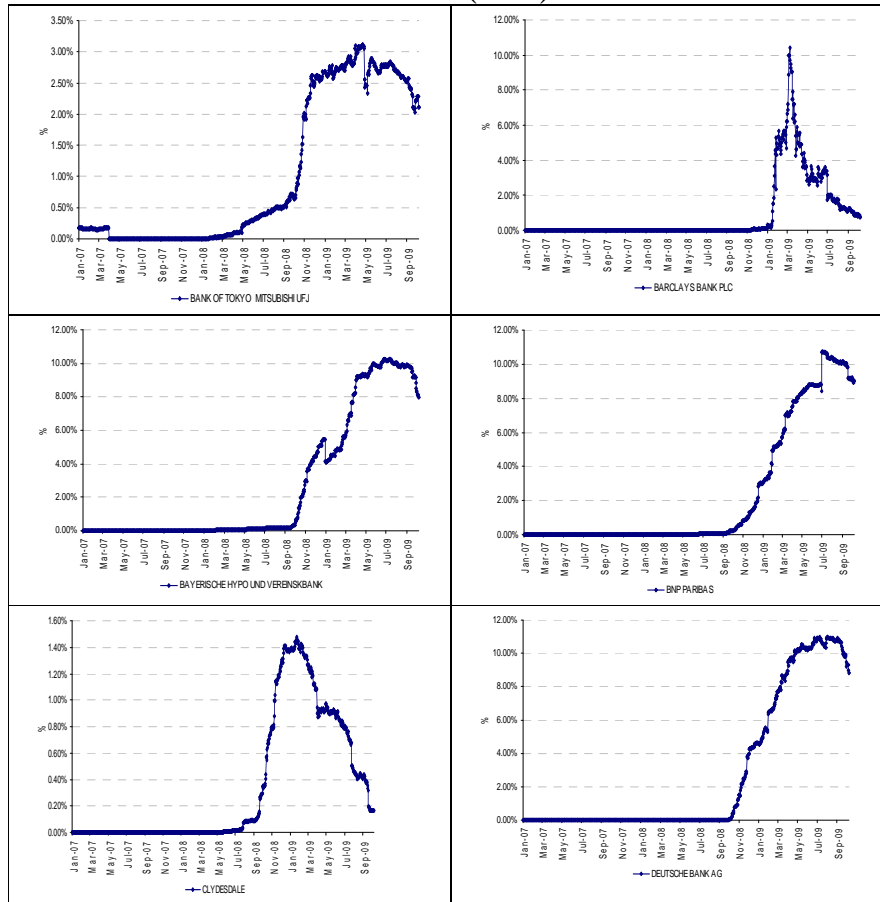
Calificaciones Internacionales de Riesgo Crediticio - Largo Plazo <i>FITCH</i>		
+	AAA	B+
	AA+	B
	AA	B-
	AA-	CCC+
	A+	CCC
	A	CCC-
	A-	CC
	BBB+	C
	BBB	DDD
	BBB-	DD
	BB+	RD
	BB	D
	BB-	
-		
+	→ -	

Fuente: Fitch Soltion, Bloomberg
Elaboración propia

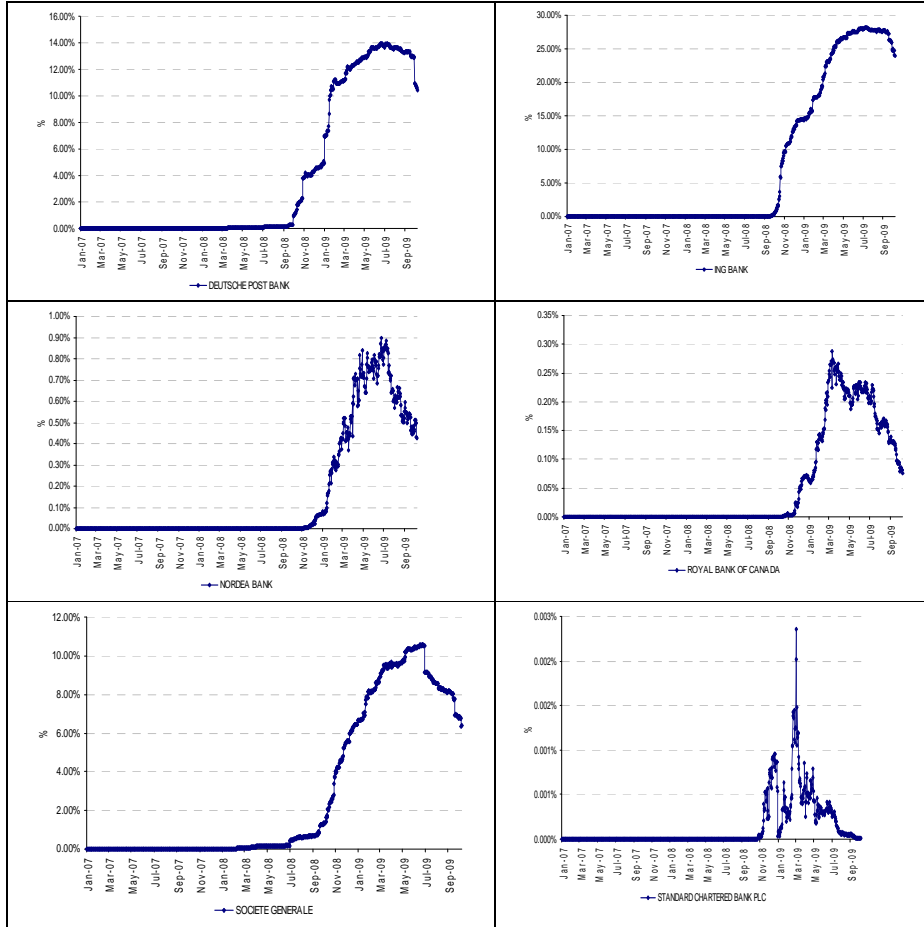
ANEXO 4: EVOLUCIÓN PROBABILIDADES DE DEFAULT CONTRAPARTES BANCARIAS BCB



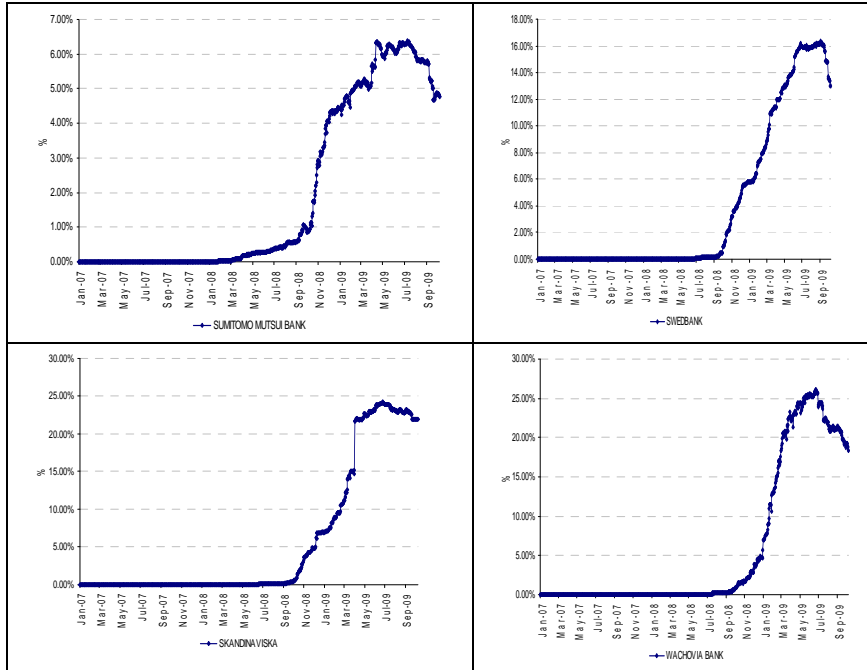
**ANEXO 4: EVOLUCIÓN PROBABILIDADES DE DEFAULT CONTRAPARTES
BANCARIAS BCB (CONT.)**



ANEXO 4: EVOLUCIÓN PROBABILIDADES DE DEFAULT CONTRAPARTES BANCARIAS BCB (CONT.)



**ANEXO 4: EVOLUCIÓN PROBABILIDADES DE DEFAULT CONTRAPARTES
BANCARIAS BCB (CONT.)**



Elaboración propia

**ANEXO 5: MATRIZ DE CORRELACIONES PROBABILIDADES DE DEFAULT
CONTRAPARTES BCB**

Para la matriz de correlaciones de las probabilidades de default del modelo KMV-MERTON para las 24 contrapartes del BCB analizadas, se utilizó el coeficiente de correlación de Kendall²⁷ de los datos históricos de las probabilidades de default.

	ANZ BANK	BANCO BILBAO V	BANESTO	SANTAN DER	BANK OF MONTREAL	BANK OF NOVA SCOTIA	BANK OF TOKYO MITSUBISHI UFJ	BARCLAYS BANK PLC	BAVERISCHE HYPO UND VEREINSBANK	BNP PARIBAS	CLYDESDALE	DEUTSCHE BANK AG	DEUTSCHE POST BANK	ING BANK	NORDEA BANK	ROYAL BANK OF CANADA	SOCIETE GENERALE	STANDARD CHARTERED BANK PLC	SUMITOMO MITSUBI BANK	SWEDBANK	SKANDINAVISKA	WACHOVIA BANK
ANZ BANK	1.00	0.74	0.73	0.74	0.85	0.82	0.75	0.87	0.72	0.71	0.91	0.72	0.73	0.73	0.82	0.87	0.77	0.76	0.75	0.71	0.73	0.82
BANCO BILBAO V	0.74	1.00	0.92	0.95	0.89	0.86	0.76	0.81	0.90	0.89	0.79	0.89	0.91	0.88	0.89	0.86	0.91	0.62	0.90	0.91	0.92	0.92
BANESTO	0.73	0.92	1.00	0.92	0.87	0.83	0.76	0.79	0.89	0.87	0.78	0.88	0.89	0.86	0.84	0.84	0.88	0.63	0.87	0.90	0.91	0.88
SANTANDER	0.74	0.95	0.92	1.00	0.90	0.87	0.77	0.81	0.90	0.89	0.79	0.90	0.90	0.88	0.88	0.87	0.92	0.63	0.90	0.90	0.93	0.92
BANK OF MONTREAL	0.85	0.89	0.87	0.90	1.00	0.93	0.78	0.88	0.84	0.83	0.81	0.84	0.85	0.84	0.92	0.94	0.87	0.68	0.86	0.83	0.85	0.95
BANK OF NOVA SCOTIA	0.82	0.86	0.83	0.87	0.93	1.00	0.74	0.92	0.77	0.76	0.69	0.77	0.78	0.78	0.94	0.91	0.80	0.71	0.79	0.76	0.78	0.87
BANK OF TOKYO MITSUBISHI UFJ	0.75	0.76	0.76	0.77	0.78	0.74	1.00	0.82	0.80	0.79	0.77	0.80	0.80	0.80	0.80	0.83	0.81	0.68	0.82	0.75	0.78	0.81
BARCLAYS BANK PLC	0.87	0.81	0.79	0.81	0.88	0.92	0.82	1.00	0.72	0.71	0.74	0.72	0.73	0.72	0.88	0.91	0.77	0.76	0.75	0.71	0.73	0.82
BAVERISCHE HYPO UND VEREINSBANK	0.72	0.90	0.89	0.90	0.84	0.77	0.80	0.72	1.00	0.95	0.77	0.96	0.95	0.93	0.88	0.84	0.90	0.61	0.93	0.92	0.94	0.91
BNP PARIBAS	0.71	0.89	0.87	0.89	0.83	0.76	0.79	0.71	0.95	1.00	0.76	0.95	0.94	0.92	0.87	0.83	0.90	0.58	0.91	0.93	0.93	0.90
CLYDESDALE	0.91	0.79	0.78	0.79	0.81	0.69	0.77	0.74	0.77	0.76	1.00	0.74	0.76	0.73	0.76	0.82	0.79	0.72	0.78	0.74	0.76	0.82
DEUTSCHE BANK AG	0.72	0.89	0.88	0.90	0.84	0.77	0.80	0.72	0.96	0.95	0.74	1.00	0.95	0.93	0.87	0.84	0.90	0.59	0.92	0.93	0.94	0.91
DEUTSCHE POSTBANK	0.73	0.91	0.89	0.90	0.85	0.78	0.80	0.73	0.95	0.94	0.76	0.95	1.00	0.92	0.88	0.85	0.92	0.60	0.93	0.92	0.94	0.92
ING BANK	0.73	0.88	0.86	0.88	0.84	0.76	0.80	0.72	0.93	0.92	0.73	0.93	0.92	1.00	0.88	0.84	0.88	0.60	0.88	0.91	0.93	0.91
NORDEA BANK	0.82	0.89	0.84	0.88	0.92	0.94	0.80	0.88	0.88	0.87	0.76	0.87	0.88	0.88	1.00	0.92	0.81	0.68	0.83	0.80	0.83	0.91
ROYAL BANK OF CANADA	0.87	0.86	0.84	0.87	0.94	0.91	0.83	0.91	0.84	0.83	0.82	0.84	0.85	0.84	0.92	1.00	0.84	0.73	0.81	0.77	0.79	0.89
SOCIETE GENERALE	0.77	0.91	0.88	0.92	0.87	0.80	0.81	0.77	0.90	0.90	0.79	0.90	0.92	0.88	0.81	0.84	1.00	0.65	0.92	0.89	0.92	0.92
STANDARD CHARTERED BANK PLC	0.76	0.62	0.63	0.63	0.68	0.71	0.68	0.76	0.61	0.58	0.72	0.59	0.60	0.60	0.68	0.73	0.65	1.00	0.46	0.41	0.43	0.44
SUMITOMO MITSUBI BANK	0.75	0.90	0.87	0.90	0.86	0.79	0.82	0.75	0.93	0.91	0.78	0.92	0.93	0.88	0.83	0.81	0.92	0.46	1.00	0.88	0.91	0.92
SWEDBANK	0.71	0.91	0.90	0.90	0.83	0.76	0.75	0.71	0.92	0.93	0.74	0.93	0.92	0.91	0.80	0.77	0.89	0.41	0.88	1.00	0.95	0.90
SKANDINAVISKA	0.73	0.92	0.91	0.93	0.85	0.78	0.78	0.73	0.94	0.93	0.76	0.94	0.94	0.93	0.83	0.79	0.92	0.43	0.91	0.95	1.00	0.92
WACHOVIA BANK	0.82	0.92	0.88	0.92	0.95	0.87	0.81	0.82	0.91	0.90	0.82	0.91	0.92	0.91	0.91	0.89	0.92	0.44	0.92	0.90	0.92	1.00

Elaboración propia

²⁷ Kendall (1955)