

LA DINÁMICA INTRADISTRIBUCIONAL DEL INGRESO, UNA APLICACIÓN DEL ENFOQUE CONTÍNUO Y DISCRETO A LOS GOBIERNOS DEPARTAMENTALES DE BOLIVIA

José Luis Tangara C.

Resumen

Este trabajo aplica uno de los enfoques alternativos complementarios al enfoque clásico de las disparidades regionales y convergencias, a nivel departamental del Estado boliviano durante el periodo 1988-2014. El análisis de dinámica distribucional se realiza tanto desde una perspectiva continua como discreta. En el enfoque continuo se examina la forma externa de la distribución mediante funciones de densidad univariantes estimada de forma no paramétrica según el método Kernel. Además, se utiliza el método conocido como *highest conditional density region approach*, ya que proporciona mejores propiedades de visualización que el enfoque estándar kernel estocásticos. Para la versión discreta, se aplica el enfoque de cadenas de Markov a objeto de medir la movilidad intra distribucional. Los resultados muestran que la convergencia se ha producido principalmente por una contracción en el extremo superior de la distribución, además, se observa un desplazamiento, aunque menos significativo, en la parte de menores ingresos.

Palabras clave: Convergencia Económica, Dinámica distribucional, Funciones de Densidad Kernel, Cadenas de Markov.

Clasificación JEL: C46, F43, O47, R11.

1. Introducción

Una serie de cambios se fueron suscitando en Bolivia desde la implementación de las reformas de descentralización implementadas desde 1994 por medio de la Ley de Participación Popular (LPP), la Ley de Descentralización Administrativa de 1995 (Urenda Díaz, 2005), la Ley de Hidrocarburos de 2005 y la Ley de Autonomías y Descentralización de 2010. El proceso de descentralización se instituye vía municipios, con la definición territorial de los mismos y la asignación de competencias en los niveles central, departamental y municipal. Desde 1994, por primera vez los gobiernos municipales cuentan con recursos de

transferencias para su gestión y se fortalece el protagonismo en el nivel de los gobiernos departamentales.

La Ley Marco de Autonomías y Descentralización de 2010 regula el procedimiento para la elaboración de Estatutos Autonómicos y Cartas Orgánicas; y la transferencia de competencias entre el nivel central y las entidades territoriales descentralizadas. En la actualidad, Bolivia se encuentra en pleno proceso de aprobación y ratificación popular de los Estatutos y Cartas orgánicas. Por otra parte, la Constitución atribuye a los gobiernos subnacionales competencias exclusivas, concurrentes y compartidas en materias sociales, productivas, de planificación y económicas.

La financiación de este proceso, se caracteriza por un complejo sistema sustentado en normativas previas a la actual Constitución Política del Estado. Así, los gobiernos subnacionales disponen de los siguientes recursos principales:

- Un porcentaje de participación en las regalías que derivan de la explotación de recursos naturales, como los minerales, hidrocarburos y otros. Esta participación reconocida en la Constitución, otorga una considerable autonomía financiera a los Departamentos productores.
- Los impuestos propios Departamentales o Municipales. Entre los primeros está el impuesto sobre transmisión gratuita de bienes (equivalente al impuesto sobre sucesiones y donaciones) que, en la práctica, no se recauda por ningún gobierno autónomo departamental. Los impuestos municipales se recaudan esencialmente en los municipios urbanos.
- Una participación en la recaudación del Impuesto Directo a los Hidrocarburos (IDH) y del Impuesto Especial a los Hidrocarburos y Derivados (IEHD). Su distribución territorial trata de atenuar la asimetría que ocasionan las regalías sin lograr corregirla en su totalidad.
- Transferencias por coparticipación tributaria, que tienen origen en las recaudaciones de impuestos nacionales y su distribución se realiza por asignación per cápita entre los territorios.

Este proceso de descentralización, con un importante caudal de recursos transferidos a los gobiernos subnacionales, sin duda tiene impacto sobre el crecimiento económico y a su vez conlleva las discusiones de convergencias económicas entre regiones.

En ese contexto de importantes recursos para los gobiernos municipales y departamentales, los indicadores de pobreza y desigualdad no han evolucionado de forma similar. En la actualidad persisten los elevados índices de pobreza extrema, sobretodo en el área rural. De forma similar, la desigualdad en los ingresos no he tenido mejoras importantes. Así, el propósito de este trabajo es analizar la dinámica distribucional de los ingresos, en términos del PIB per cápita departamental en los periodos en que se aplican las políticas de transferencias de recursos, que constituyen hitos importantes en el proceso de descentralización boliviano. La metodología aplicada en este estudio, refiere al análisis intradistribucional continuo y discreto, como un complemento a los enfoques clásicos de convergencias.

En el enfoque continuo se examina la forma externa de la distribución mediante funciones de densidad univariantes estimada de forma no paramétrica según el método Kernel. Además, se utiliza el método conocido como *highest conditional density region approach*, ya que proporciona mejores propiedades de visualización que el enfoque estándar kernel estocásticos. Para la versión discreta, se aplica el enfoque de cadenas de Markov a objeto de medir la movilidad intradistribucional.

2. Revisión teórica

Los argumentos de la descentralización fiscal se sostienen en los enfoques de primera generación de la teoría del federalismo fiscal, que implican mayor eficiencia en la asignación en la provisión de bienes y servicios públicos por la proximidad de las políticas y las necesidades de las comunidades (Musgrave & Musgrave, 1992), fundamentado en el teorema de la descentralización de Oates (Oates, 1999) y la posibilidad de elección entre jurisdicciones por los individuos, “voto con los pies” (Tiebout, 1956). Según la teoría, esa competencia promueve mayor crecimiento de las economías descentralizadas. No obstante, la eficiencia no es un efecto directo del proceso de descentralización, sino, se requieren del cumplimiento de ciertos condicionamientos para que la competencia entre jurisdicciones sea efectiva y se convierta en un mecanismo eficiente de provisión de bienes públicos y por

ende, en crecimiento económico (Weingast, 2009). De hecho, el enfoque de segunda generación del federalismo fiscal, se sustenta en el rol que juegan los incentivos a la competencia, la preservación de los mercados con libre movilidad y la importancia de la institucionalidad, como elementos para promover el crecimiento económico de las regiones. Los incentivos se fundamentan en la autonomía en la gestión fiscal de los gobiernos locales, tanto de ingresos como de gastos, libre movilidad de factores entre territorios, mecanismos institucionalizados de la gestión política y un sistema de transferencias vinculadas al crecimiento económico (Weingast, 2009).

Las disparidades regionales y su evolución temporal se encuentran vinculados al término de convergencia. La literatura económica del crecimiento económico, tiene como tema central al estudio de la convergencia económica. Muchos estudios se han realizado, tanto en economías desarrolladas como en vías de desarrollo, mediante el análisis empírico de las desigualdades entre regiones y la forma como el crecimiento económico ha influido en el incremento o la disminución de esas brechas.

De manera general, se debe entender que un **proceso de convergencia implica que las regiones menos desarrolladas crecen mucho más que las regiones más desarrolladas**, en consecuencia, en el tiempo se reducen las desigualdades entre ellas (Monfort, 2008).

La teoría del crecimiento económico enfatiza las convergencias regionales mediante dos corrientes de pensamiento. Por un lado, se tiene a la **escuela neoclásica y por el otro a la escuela de crecimiento endógeno**.

La escuela neoclásica, (Solow, 1956) contribuyó a la teoría del crecimiento económico aseverando que éste se genera bajo el supuesto de que los factores de producción, en particular el capital, están sujetos a rendimientos marginales decrecientes, lo cual se traduce en que el proceso de crecimiento conduce a las economías a un estado estacionario en el largo plazo. Esto significa que las economías de la periferia o menos desarrolladas, con el tiempo, deben desplazarse al mismo estado estacionario que las economías del centro o más desarrolladas.

La escuela de crecimiento endógeno, (Romer, 1986), (Lucas, 1988) y (Barro, 1991) enfatiza que el crecimiento de las economías se produce por el cambio tecnológico a partir de la

innovación tecnológica como mecanismo endógeno de crecimiento. Estos modelos de crecimiento enfatizan los rendimientos constantes o crecientes a escala.

Asimismo, se debe considerar la definición del concepto de convergencia como un proceso de acercamiento en un sentido tecnológico, o más propiamente el proceso *catching up* que proviene de la presencia de difusión de tecnologías. El *catching up* tecnológico explica que la convergencia de las economías se debe al acceso libre al desarrollo tecnológico, lo cual permite realizar réplicas de las innovaciones originadas en países con mayor nivel de renta. Esta lógica asociativa de la convergencia por el desarrollo tecnológico, se justifica en asumir que las diferencias en el nivel tecnológico que tiene una economía generan las diferencias en productividad. Por tanto, el acceso a las tecnologías a bajo costo permite aminorar las brechas en las diferencias de renta (Bernard & Jones, 1996).

Existe una amplia literatura respecto de la evolución de las economías y el proceso de convergencia. Los argumentos teóricos que sustentan los diferentes análisis, se subdividen en los enfoques clásicos y alternativos. Existen diversidad de estudios aplicados con el enfoque clásico, en tanto que, la aplicación del segundo enfoque es considerado como un complemento al primero y su aplicación aún se realiza en casos específicos, tal como es el propósito de este estudio.

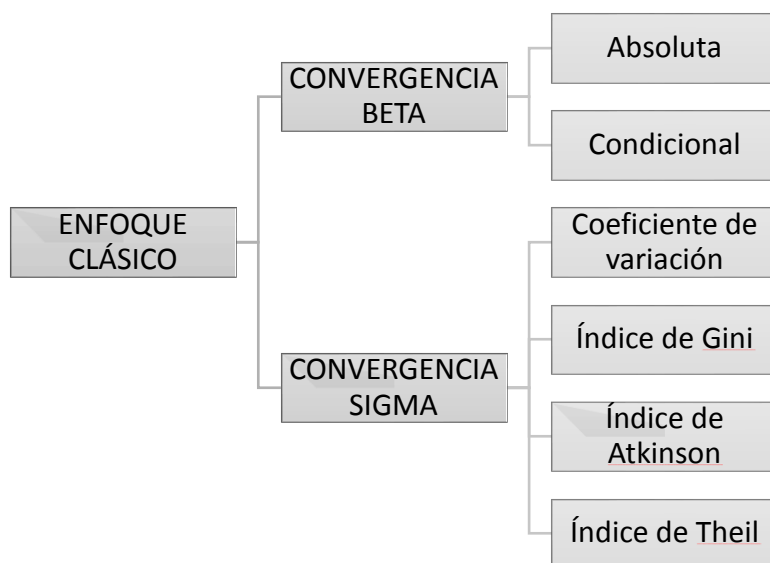
Dentro del enfoque clásico, se contempla el método de convergencia beta y sigma. La literatura se refiere a **convergencia beta como un proceso en que las economías pobres crecen más rápido que las ricas, para que en el tiempo logren alcanzar un nivel de desarrollo**. Tal como se dijo, el modelo neoclásico plantea un mecanismo de convergencia al equilibrio por la presencia de rendimientos decrecientes en la acumulación de capital. Esta definición corresponde a convergencia beta, específicamente, la relación inversa entre el crecimiento de la renta per cápita y su nivel inicial, lo cual se entiende como una dinámica de transición de una economía hacia el equilibrio (Barro & Sala-i-Martin, 2004).

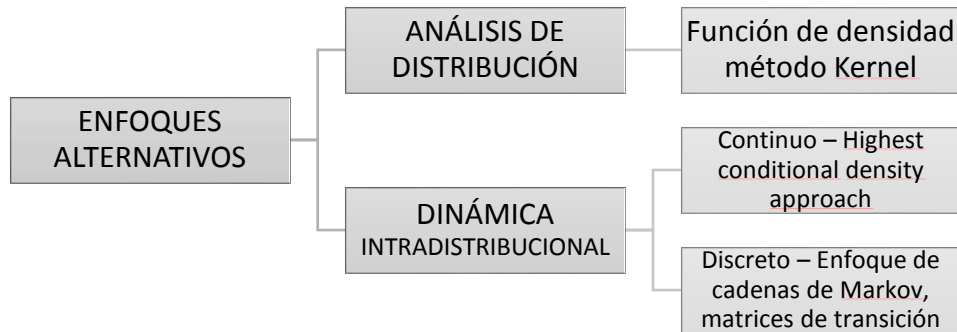
Además, el proceso convergencia beta puede ser **absoluta o condicional**. Se dice que la convergencia beta es absoluta cuando las economías tienden a un mismo estado estacionario. Una vez alcanzado el estado estacionario, todas las economías crecerán a una misma tasa constante de progreso técnico. Cabe enunciar que la convergencia beta es absoluta siempre y cuando la tecnología y las preferencias sean similares para todas las

economías. A su vez, el concepto de convergencia beta condicional implica que las economías dependen de otras condicionantes, como por ejemplo, las características institucionales o la dotación de factores de producción que influyen en los diferentes niveles de crecimiento de las economías. Así, en el caso de convergencia beta condicional no se presenta una solución de estado estacionario común para las economías en su conjunto, sino al equilibrio propio de cada economía según sus características.

El concepto de **convergencia sigma está asociado a la reducción de las disparidades entre las regiones en el tiempo**. Para su medición se aplican de manera general medidas de dispersión del PIB per cápita regional, entre los que se tiene la desviación estándar o el coeficiente de variación. Además, según (Cowell, 2009) destaca otras medidas como son el índice de Gini, el índice de Atkinson, el índice de Theil y la Desviación logarítmica media. Además de estos importantes instrumentos de la cuantificación de las disparidades, a fin de superar sus limitaciones, se aplica el análisis de dinámica de distribución y análisis intradistribucional.

GRÁFICO 1. ENFOQUES TEÓRICOS DE ANÁLISIS DE CONVERGENCIAS





Dentro de los enfoques alternativos, se tiene al análisis de distribución y el análisis de dinámica intradistribucional. La dinámica de distribución aborda el estudio de la distribución y su evolución temporal que permite analizar los cambios de forma externa e intradistribucional. En ese contexto, por ejemplo, se tiene la estimación no paramétrica de funciones de densidad, funciones de densidad acumulativa y también el análisis de cadenas de Markov, (Fingleton, 1997) basado en matrices de probabilidad de transición de un estado a otro. Por su parte (Quah, 1997) realiza la analogía del análisis microeconómico de la distribución de la renta o de los salarios, en el conjunto de economías, mediante la distribución de la renta per cápita.

Esta aproximación se efectúa a través de la estimación de funciones de densidad como del estudio de movimiento dentro de la distribución, aplicando matrices de transición como es el caso de cadenas de Markov para el caso discreto, en tanto que para el caso continuo se utilizan *Kernels* estocásticos y las técnicas denominadas *highest conditional density región approach* (Maza, Villaverde, Hierro, Gutiérrez-Portilla, & Gutiérrez-Portilla, 2014). Así, en el largo plazo las economías alcanzan niveles similares de renta, debido a los cambios en la posición que ocupan las economías se van generando convergencias entre las mismas. Esto se justifica, en razón de que las regiones rezagadas podrían estar creciendo más que las prósperas, pero eso no necesariamente garantiza un proceso de convergencia en donde los pobres alcancen a los ricos. Según Quah, en la convergencia es más importante cómo una economía crece en relación con cada una de las otras y no su crecimiento en relación con su propia historia.

Siguiendo a (Quah, 1996), lo anterior permite estudiar la dinámica intradistribucional ya sea de forma discreta o continua, mientras que, para analizar la forma externa de la distribución, el autor propone el uso de histogramas para el caso discreto y para el caso continuo la

estimación de las funciones de densidad, para así poder observar la concentración o la dispersión de la tendencia en diferentes momentos del tiempo.

Tal como se ha descrito, en el caso continuo para analizar la distribución del ingreso se utiliza la estimación de kernels estocásticos, que permite observar cómo evoluciona una distribución en el tiempo, al igual que los movimientos en el interior de la misma. Esto con el fin de analizar con precisión si los países pobres están o no alcanzando a los ricos. En el trabajo de Quah se distingue varias dinámicas distintivas como ser: la **polarización**, cuando los ricos se hacen cada vez más ricos, los pobres cada vez más pobres y el grupo medio tiende a desaparecer; a su vez se tiene a la **estratificación**, que se da cuando persisten múltiples grupos de ingresos; también se hace referencia al **adelantamiento o divergencia**, cuando dos economías con similares puntos de partida se distancian a través del tiempo y una de ellas se hace más rica que la otra (Quah, 1995).

Los estudios sobre análisis de disparidades en relación con los procesos de descentralización, son bastante amplios en la literatura académica. La amplitud de enfoques y resultados empíricos revelan una relación negativa entre la descentralización fiscal y las disparidades regionales, principalmente en países desarrollados. No queda clara la tendencia en estudios realizados en países subdesarrollados (Qiao, Martínez Vazquez, & Xu, 2008).

Gran parte de los estudios centran su análisis en el concepto de beta y sigma convergencia, ya que constituyen instrumentos complementarios. Así se tiene a Adolfo Maza y otros (Maza, Villaverde, Hierro, Gutiérrez-Portilla, & Gutiérrez-Portilla, 2014), que en su estudio sobre disparidades regionales en Europa durante el periodo 1995-2008, aplican distintos conceptos de convergencia. Los resultados expresan la existencia de un proceso de convergencia regional en el PIB per cápita en Europa, aunque no muy elevada y movilidad dentro de la distribución. Los trabajos enunciados en la parte de beta convergencias también incorporan el análisis de sigma convergencia. Otro trabajo es de Juan Cuadrado (Cuadrado-Roura, 2001) que muestra convergencia entre los países europeos considerando la productividad, para diferentes periodos entre 1960 y 1988. También un estudio para el periodo de 1980 a 1995 en las regiones europeas, demuestran convergencias muy fuertes a nivel regional (Ertur, Le Gallo, & Baumont, 2006), considerando la dimensión espacial en el estudio, es decir, las regiones vecinas próximas, tienen influencia en el proceso de convergencias. Por

su parte Philippe Monfort (Monfort, 2008), a través de la aplicación de diferentes metodologías, realiza el análisis de beta, sigma convergencias y análisis de distribución para EU-15 y EU-27 para el periodo 1995 a 2005. Además, realiza observaciones de movimientos individuales dentro de la distribución del PIB regional per cápita, con apoyo del método de cadena de Markov, llegando a la conclusión de la existencia de convergencia entre las regiones de la UE, siendo más importante dentro de grupos de regiones como la UE-15. A su vez, otros estudios (Cappelen, Castellacci, Fabergerg, & Verspagen, 2002) manifiestan la existencia de procesos de convergencia en la Unión Europea considerando otras variables como la productividad del trabajo.

Una aplicación de los modelos de dinámica intradistribucional, se realizó para la región europea para los periodos 1980-1993 y 1993-2005 (Maza, Hierro, & Villaverde, 2009). Las conclusiones enfatizan en una importante movilidad en el primer periodo que favorece a las convergencias entre los diferentes países europeos.

Los resultados en países desarrollados tienen similares características de convergencia, porque estos procesos de descentralización están estructurados en sistemas autónomos de ingresos y gastos de los gobiernos locales. Además, las organizaciones institucionales tienen rasgos sólidos de normativa y gestión administrativa, que permite fomentar la competitividad interregional.

Un aporte muy importante respecto a los resultados empíricos de Beta-convergencia son los estudios de Barro y Sala-i-Martin (Barro & Sala-i-Martin, 1992) que realiza el contraste de convergencia para los Estados de los Estados Unidos por periodos entre 1880 y 1964, llegando a la conclusión de la existencia de convergencias en el sentido de que las economías tienden a crecer más rápido términos del PIB per cápita, antes de alcanzar su estado estacionario.

A diferencia de los resultados empíricos de convergencia que se dan en países desarrollados, los países en vías de desarrollo presentan resultados diversos, según cada contexto, generalmente determinado por la capacidad institucional de los gobiernos subnacionales, que, si son débiles, no hay probabilidad de mejoras en la eficiencia en la provisión de bienes públicos y por supuesto, se traducirá en mayores divergencias entre regiones.

Algunos de los estudios realizados en América Latina, reflejan por ejemplo la influencia de la infraestructura en el crecimiento económico, a partir del análisis espacial realizado en México entre 1989 y 2004, con la estimación de la convergencia beta y sigma a nivel regional y municipal (Vergara-González, Mejía-Serván, & Martínez-Lara, 2010).

Otro estudio realizado para Chile por el Ministerio de Planificación y Cooperación de ese país (Ministerio de Planificación y Cooperación, División de Planificación Regional, Gobierno de Chile, 2002), muestra que en algunos periodos de estudio (1975-1998) manifiestan poca evidencia de la existencia de convergencias. Además, que la velocidad de convergencia para los periodos en que se observa este fenómeno, es bastante reducida.

Otro elemento que se debe considerar en los procesos de descentralización de países en vías de desarrollo, son los mecanismos de transferencias, que generalmente se aplican desde el nivel central a los gobiernos subnacionales, no necesariamente contemplan criterios de eficiencia o vinculados de forma directa a la inversión productiva que permita el crecimiento de estas economías.

De manera general los trabajos específicos en torno al tema de investigación en Bolivia, se resumen en los siguientes:

El Rol del Estado Plurinacional en el Desarrollo Económico: ¿Convergencia o Divergencia en los Municipios de Bolivia?, Un Estudio de Convergencia con Métodos Espaciales (1999-2012), (Quiroz Sillo & Villegas Gómez, 2013), Banco Central de Bolivia. Estudio que a partir de un análisis de corte transversal realiza la comparación de dos periodos, uno a partir de la vigencia del gobierno de Evo Morales y el otro antes de ese mandato, con el fin de observar si las políticas de ese gobierno habrían generado convergencias o divergencias en relación a anteriores gobiernos. Los resultados muestran la evidencia de un proceso de convergencia en el periodo de estudio.

Medición de las desigualdades regionales en Bolivia: mediante el análisis de la sectorización económica municipal, (Aguilar Miranda & Espinoza Quiroz, 2013), Banco Central de Bolivia. El propósito es analizar las disparidades regionales a partir de los sectores económicos en muchos municipios. Los resultados dan cuenta que algunos sectores económicos se han desarrollado de forma más intensa en algunas regiones que en otras.

Factores del Desempeño Fiscal Municipal, (Aguirre Tarquino, Cuentas Pórcel, Albarracín Herrera, & Ruiz Morales, 2012), Banco Central de Bolivia. A partir de ratios financieros se observa las características de la gestión financiera en gran parte de los municipios, aunque para un periodo de tiempo moderado.

3. Análisis de dinámica intradistribucional – enfoque continuo

La aplicación del enfoque de análisis de distribución comprende la estimación de funciones de densidad (Quah, 1996). Este enfoque permite comprender la forma en que se distribuyen los datos de una variable a partir de la identificación de los sesgos y concentración en las colas de tal distribución. A su vez, a través de este mecanismo es probable hallar valores de una variable en un intervalo determinado, tal es el caso del PIB per cápita, que puede tener valores continuos. Así, una de las técnicas más utilizadas en el análisis de distribución es el cálculo de Kernels estocásticos (Durlauf & Quah, 1999). Este enfoque se basa en la estimación de la densidad condicional de una variable Y dado una variable X; Y y X son respectivamente, la relación segmentada del ingreso per cápita en los períodos $t + \tau$ y t , donde $t + \tau$ y t son los años inicial y final de cada período de la muestra.

El estimador estocástico kernel tradicional (Arbia, Basile, & Piras, 2006) se define como:

$$\hat{f}_\tau(y|x) = \frac{\hat{g}_\tau(x,y)}{\hat{h}_\tau(x)} \quad (1)$$

Donde el estimador para la densidad conjunta $\hat{g}_\tau(x, y)$ está dado por:

$$\hat{g}_\tau(x, y) = \frac{1}{nab} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{\|x-X_i\|_x}{a}\right) \left(\frac{\|y-Y_i\|_y}{b}\right) \quad (2)$$

Y el estimador de la densidad marginal $\hat{h}_\tau(x)$ es:

$$\hat{h}_\tau(x) = \frac{1}{na} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{\|x-X_i\|_x}{a}\right) \quad (3)$$

siendo $\|\cdot\|_x$, e $\|\cdot\|_y$ las métricas de distancia euclidiana en el espacio de X e Y, respectivamente, a y b los parámetros de suavizado o anchos de banda, y K (.) la función kernel.

También es posible expresar la ecuación (1), de forma equivalente de la siguiente manera:

$$\hat{f}_\tau(y|x) = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^n \omega_i(x) K\left(\frac{\|y - Y_i\|_y}{b}\right) \quad (4)$$

Donde:

$$\omega_i(x) = K\left(\frac{\|x - X_i\|_x}{a}\right) / \sum_{j=1}^n K\left(\frac{\|x - X_j\|_x}{a}\right) \quad (5)$$

Tal como se puede observar, este estimador muestra que una densidad condicional puede obtenerse mediante la suma de n funciones kernel en Y espacio ponderado por $w_i(x)$ en el espacio X.

En esta línea, (Hyndman, Bashtannyk, & Grunwald, 1996) ha desarrollado una nueva técnica que ofrece información adicional con respecto a la anterior (Basile, 2010); (Fischer & Stumpner, 2007); (Hiero & Maza, 2009). Este estimador alternativo de densidad condicional tiene dos ventajas: en primer lugar, ofrece mejores propiedades estadísticas que el tradicional estimador kernel estocástico; en segundo lugar, proporciona una poderosa herramienta de visualización, que permite una interpretación más fácil y directa de los resultados. El estimador propuesto por (Hyndman, Bashtannyk, & Grunwald, 1996) viene dado por:

$$\hat{f}_\tau^*(y|x) = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^n \omega_i(x) K\left(\frac{\|y - Y_i^*(x)\|_y}{b}\right) \quad (6)$$

Donde $Y_i^*(x) = e_i + \hat{r}(x) - \hat{l}(x)$, siendo $\hat{r}(x)$ el estimador de de la función media condicional $r(x) = E[Y|X=x]$, $e_i = y_i - \hat{r}(x_i)$, y $\hat{l}(x)$ la media de la densidad condicional estimada de $e|X=x$.

Es posible demostrar que cuando $\hat{r}(x_i) = \hat{m}(x) = \sum_{i=1}^n w_i(x) Y_i$, entonces $\hat{f}_\tau^*(y|x) = \hat{f}_\tau(y|x)$, pero la función media $\hat{f}_\tau^*(y|x)$ tiene mejores propiedades de polarización que la regresión tradicional kernel, así como un error cuadrático medio integrado más pequeño.

Un factor fundamental en la estimación de los kernels estocásticos, es la elección de los anchos de banda; la función de estos anchos de banda es poner menos peso en las observaciones que están más alejadas del punto de evaluación. Específicamente, se utilizan anchos de banda óptimos en las dos direcciones x e y, en la línea de las reglas de (Hyndman, Bashtannyk, & Grunwald, 1996). En lo que refiere a la función kernel, otro factor relevante en el cálculo de los kernels estocásticos, es el uso de kernel gaussiano definido por:

$$K(x) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$$

Además de este nuevo estimador, (Hyndman, Bashtannyk, & Grunwald, 1996) propone también, como ya se mencionó antes, las nuevas formas de visualizar la densidad condicional: los denominados *stacked density plot* y *el highest conditional density region plot*. El gráfico *Stacked conditional density region* (SCDR) muestra una serie de densidades trazadas al lado del otro en un gráfico de perspectiva, mostrando de forma relevante la forma y ordenamiento dentro de la distribución. El gráfico *Highest conditional density region* (HCDR) representa las denominadas regiones más altas de densidad; sin entrar en detalles, la región de densidad más alta se define 'como la región más pequeña del espacio de muestra que contiene una determinada probabilidad' (Hyndman, Bashtannyk, & Grunwald, 1996).

Los resultados de este nuevo enfoque, se aplican al análisis de disparidades en los nueve departamentos de Bolivia, para el periodo de 1988 hasta 2014, según disponibilidad de datos de PIB per cápita por Departamentos del Instituto Nacional de Estadística (INE)¹ (INE, 2016). Las estimaciones se realizan para subperiodos antes del proceso de descentralización (1994), luego la aplicación de la Estrategia Boliviana de Reducción de la Pobreza en el marco de la Ley del Diálogo Nacional (2001) y la Ley de Hidrocarburos de 2005 hasta 2014.

Previamente se realiza el análisis de la forma externa de la distribución, a partir de la función de densidad, que es una curva suavizada que representa la distribución de

¹ Los datos de PIB per cápita real por Departamentos, se obtienen a partir del PIB per cápita a precios de mercado del INE en relación al Deflactor del PIB con base 1990 disponible en la página web del INE (www.ine.gob.bo).

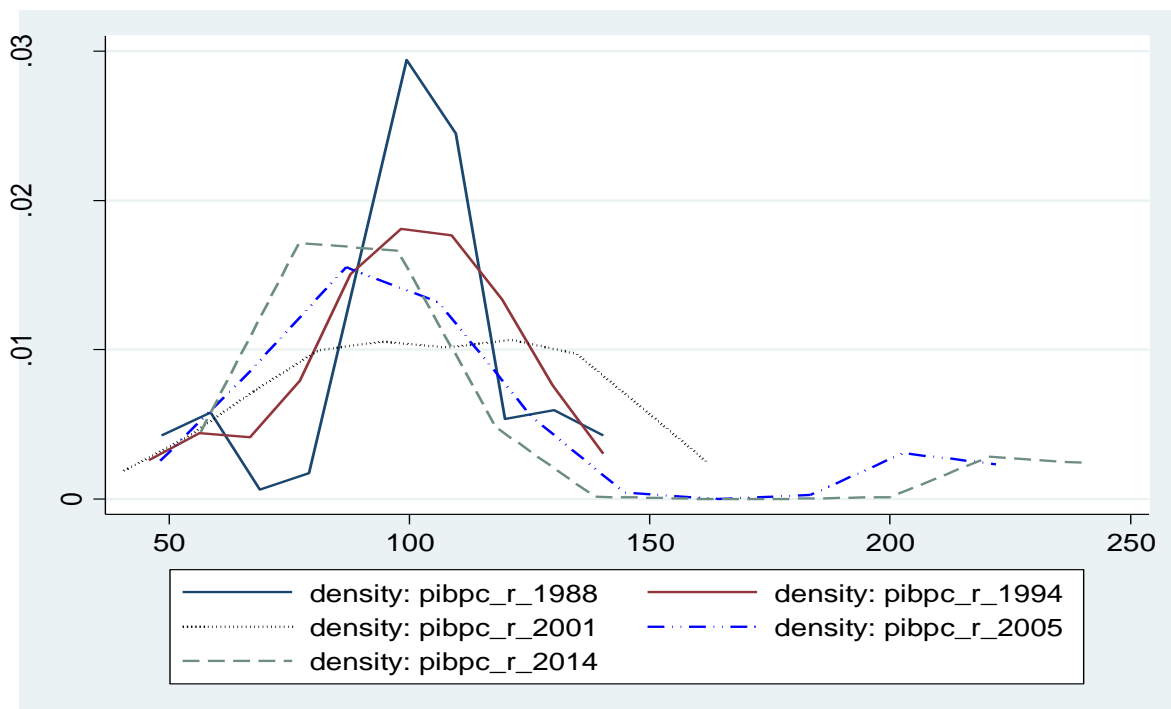
probabilidad de una variable aleatoria continua. La estimación de la función de densidad se realiza a partir del método Kernel, que tiene la siguiente forma:

$$f(x) = (nh)^{-1} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$$

Donde: x es el valor de la variable independiente para el que se desea obtener la estimación, n el número de observaciones, x_i los valores de la variable independiente, K la función kernel y h el parámetro de suavizado.

El gráfico 2 expresa la forma externa de la distribución de ingreso per cápita para diferentes periodos en que se aplican políticas de transferencias de recursos del nivel central a los gobiernos locales, inclusive antes del proceso de descentralización de 1994. Los resultados están enunciados en términos relativos a partir de la media nacional como base 100, con el fin de prescindir de los cambios absolutos que se habrían ocasionado en los periodos de análisis.

GRÁFICO 2. FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DEL PIB PC DEPARTAMENTAL, PERIODOS 1988, 1994, 2001, 2005 Y 2014



Fuente: Elaboración propia.

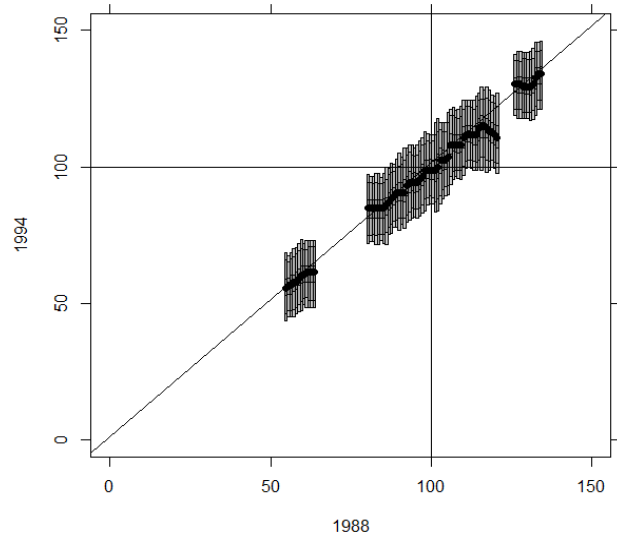
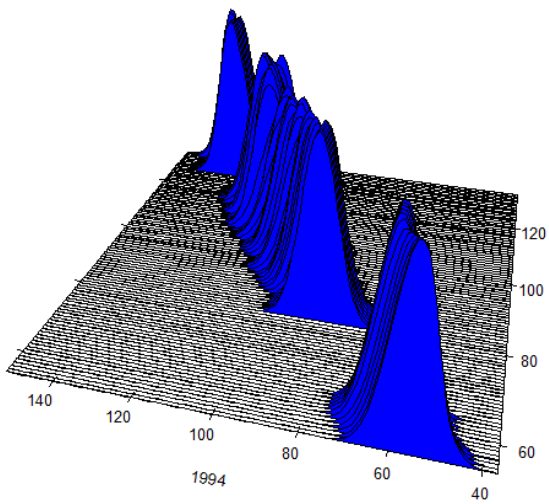
Según la disponibilidad de datos, antes del proceso de descentralización, los datos de 1988 reflejan una distribución en torno a la media nacional, considerando el régimen centralizado vigente en esa época. A partir de inicio del proceso de descentralización en 1994, se observa una mayor dispersión entre los departamentos, según la función estimada para ese año. Cabe enfatizar en una mayor concentración en torno al promedio del PIB nacional. La función de 2001, se caracteriza por una impresionante dispersión, que se explica por el incremento de la pobreza en algunas regiones, generándose brechas entre ellas. Con la aplicación de la Ley de hidrocarburos, se genera claramente una polarización entre las regiones. Así, la función de 2005, caracteriza a regiones con ingresos por encima del 200% respecto de la media nacional. Similar comportamiento se observa en el 2014, aunque existe una mayor concentración de los departamentos, por debajo del promedio nacional, consolidándose la tendencia de la desigualdad en el desarrollo de las regiones.

Los resultados del enfoque intradistribucional HCDR y SCDR permite observar los cambios en la forma de la distribución relativa de ingreso per cápita para un valor determinado de ingreso per cápita en el año inicial. Asimismo, el gráfico HCDR recoge, mediante el símbolo ●, la moda (valor del ingreso per cápita en $t + n$, donde la función de densidad toma su valor máximo) para cada densidad condicionada y valor de ingreso per cápita en el año t . En el periodo de 1988 a 1994 (gráfico 3) existe una notable agrupación sobre la diagonal principal, con algunas desviaciones, tanto en la parte baja, como en la parte alta de ingreso relativo. También es importante destacar que gran parte de los departamentos no han registrado mejoras en este periodo, ubicándose por debajo de la línea que permite observar la movilidad en términos de la renta per cápita.

GRÁFICO 3. MOVILIDAD INTRADISTRIBUCIONAL: SCDR y HCDR PLOTS, PERIODO 1988-1994

SCDR

HCDR



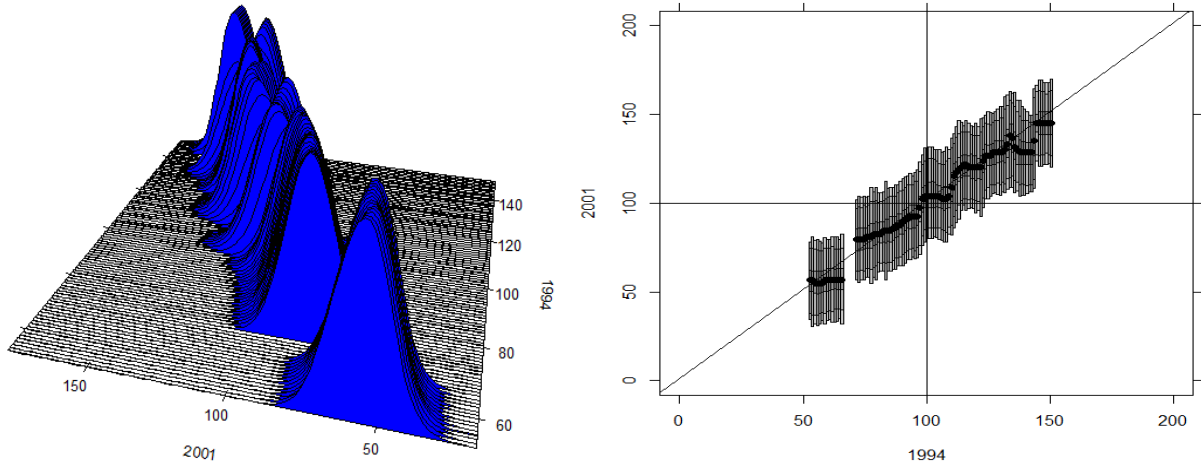
Fuente: Elaboración propia con base en datos de INE

Para el periodo de 1994 a 2001 (gráfico 4), según el gráfico SCDR, se tiene importantes movimientos en la parte de ingresos relativos bajos, de forma similar en la parte alta, observando regiones que habrían empeorado su situación, ya que la moda para estos segmentos, se encuentran por debajo de la diagonal, según el gráfico HCDR.

GRÁFICO 4. MOVILIDAD INTRADISTRIBUCIONAL: SCDR y HCDR PLOTS, PERIODO 1994-2001

SCDR

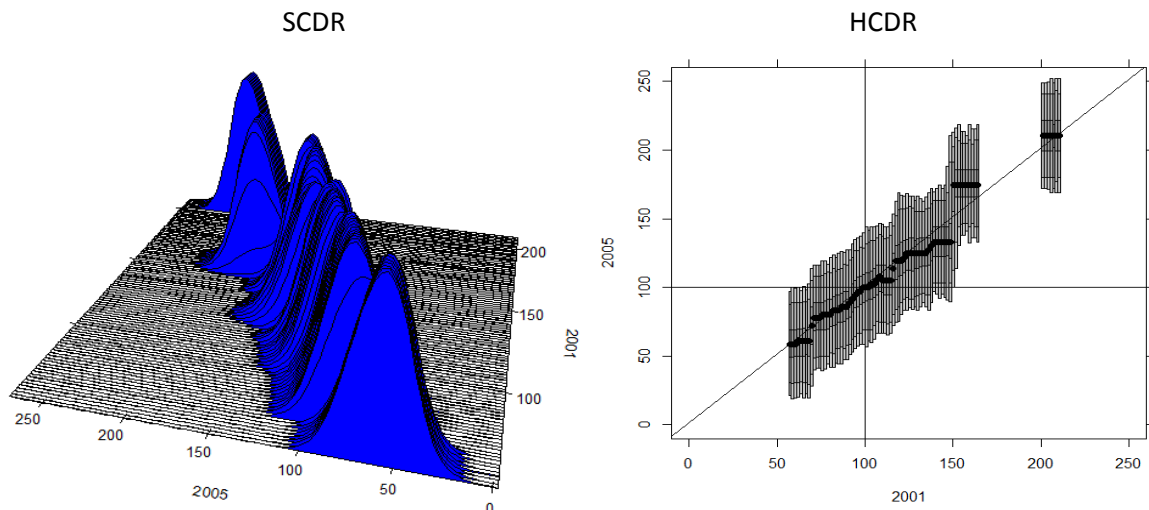
HCDR



Fuente: Elaboración propia con base en datos de INE

En el periodo de aplicación de medidas como la Estrategia Boliviana de Reducción de la Pobreza (EBRP) en el marco de la Ley del Diálogo Nacional y la vigencia de la Ley de Hidrocarburos, la movilidad ha sido importante en la parte superior de renta per cápita departamentales (gráfico 5, SCDR). A su vez, según el HCDR plot, se observa una segmentación o polarización de algunos departamentos, por encima de la diagonal, que implica que el grado de movilidad en la distribución de la renta departamental ha sido mucho más elevada en determinados segmentos.

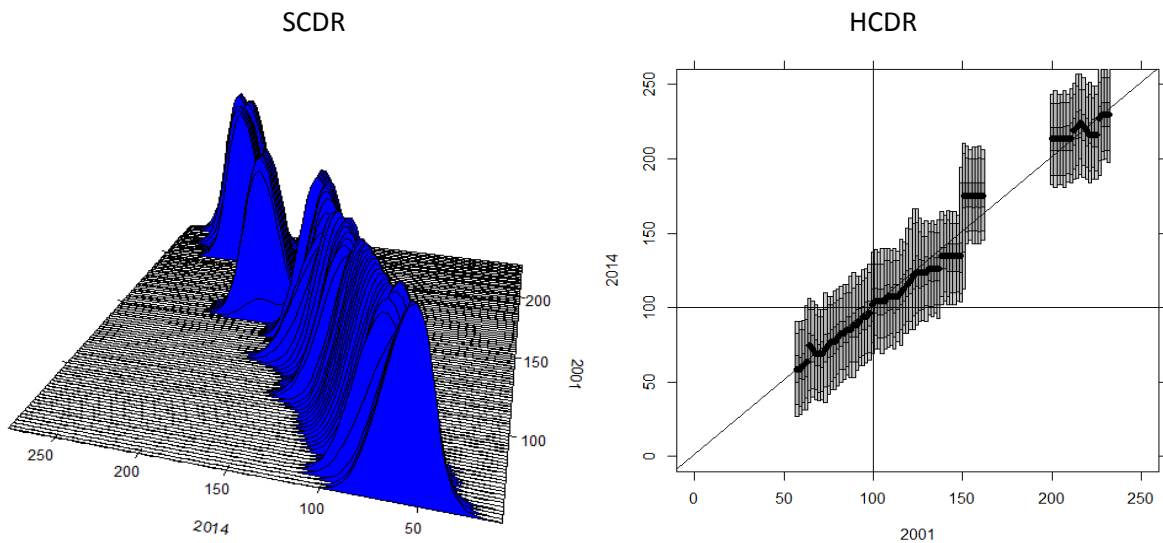
GRÁFICO 5. MOVILIDAD INTRADISTRIBUCIONAL: SCDR y HCDR PLOTS, PERIODO 2001-2005



Fuente: Elaboración propia con base en datos de INE

Finalmente, el gráfico 6 pretende mostrar las características de la movilidad intradistribucional, durante el periodo en que está vigente el proceso de descentralización y autonomías en Bolivia (1994-2014). Existe poca movilidad en la parte de ingresos bajos, sin embargo, los cambios importantes se han registrado en la parte de ingresos relativos altos. Si bien las mejoras son importantes y varios departamentos han elevado su nivel ingreso relativo per cápita, también se tiene a aquellos que han empeorado su situación. Además, se habría acentuado la polarización entre regiones.

GRÁFICO 6. MOVILIDAD INTRADISTRIBUCIONAL: SCDR y HCDR PLOTS, PERIODO 1994-2014



Fuente: Elaboración propia con base en datos de INE

El enfoque discreto - cadenas de Markov

A fin de analizar la dinámica de distribución departamental del ingreso en el contexto discreto, se aplica el enfoque de Cadenas de Markov que permite medir la movilidad intra distribucional.

La definición de una cadena de Markov refiere a una secuencia de experimentos o un número finito de estados (1, 2, ..., n), donde la probabilidad de que alguno ocurra sólo depende de su estado anterior (Mizrachi & Sullivan, 1999).

Cuando se definen los criterios de los n estados, se requiere de estimar la probabilidad de transitar del estado i al estado j .

$$P(X_{t+1} = x_j | X_t = x_i) = p_{ij}$$

La ecuación anterior muestra que la probabilidad de transición es igual a la probabilidad de que una variable aleatoria en el periodo $t + 1$ sea igual a x_j , dado que en el periodo anterior era x_i .

Según (Kolman, 1999) las probabilidades de transición (p_{ij}) se ordenan en una matriz, de acuerdo a las siguientes características:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nm} \end{pmatrix}$$

Donde: $n =$ es el número de estados y $p_{ij} =$ probabilidad de transitar del estado i al estado j .

La sumatoria de las filas de la matriz es la unidad debido a que los elementos de la i ésima fila representan las probabilidades de todas las posibilidades de transición a partir de ese estado.

A su vez, se considera un vector de estado inicial de la cadena de Markov que indica las probabilidades del estado inicial (0), según:

$$x^{(0)} = (x_1^{(0)} \ x_2^{(0)} \ \dots \ x_n^{(0)})$$

La suma de los elementos de este vector es la unidad. Por ejemplo, la proporción de observaciones que iniciaron en el estado 1 está definido por el elemento x_1 , y así sucesivamente. Mientras la probabilidad de que el proceso esté en el estado j después de k periodos sería $x^{(k)} = x^{(k-1)} P$

$$x^{(k)} = (x_1^{(k)} \ x_2^{(k)} \ \dots \ x_n^{(k)})$$

Donde $x^{(k)}_1$ representa la probabilidad de encontrarse en el estado uno después de k periodos, en tanto que $x^{(k)}_n$ indica la probabilidad de transitar al estado n , después de k periodos. Asimismo, el vector $x^{(k+1)}$ es posible obtenerlo a partir de la observación del periodo anterior, según:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} P$$

Si la matriz de probabilidades de transición se eleva a la potencia k y a su vez se multiplica por el vector del estado inicial, se obtendrá la matriz de probabilidades de encontrarse en cada uno de los estados después de k pasos. En consecuencia, los demás vectores de estado posibles están determinados por la matriz de transición y el vector de estado inicial.

En ese contexto, se dice que el proceso de cadenas de Markov converge a un vector de estado estacionario o equilibrio en el largo plazo, cuando k tiende a ∞ entonces P^k tiende a una matriz.

$$Q = \begin{pmatrix} z_1 & z_1 & \cdots & z_n \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_n \end{pmatrix}$$

Donde cada fila es igual al siguiente vector y sus elementos suman uno.

$$z = (z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n)$$

Por tanto, z es un vector de estado estacionario para cualquier vector de probabilidad x , xP^k tiende a z cuando k tiende a ∞ . A su vez el vector de estado estacionario es único y satisface que $zP = z$, por lo que el vector de estado estacionario permite observar el comportamiento de las probabilidades de largo plazo.

A efectos de la aplicación de este enfoque, se han definido cinco estados para el nivel de PIB per cápita relativo departamental en Bolivia, un estado de ingresos bajos, medio bajos, medios, medio altos y altos. Así, siguiendo el criterio aplicado por la mayoría de los estudios, n están conformado por rangos de ingreso per cápita relativo: $[0,75]$, $[75, 90]$, $[90, 110]$, $[110, 125]$, $[125, \infty]$ para cada estado.

Según (Quah, 1996) las matrices de transición espacialmente normalizadas muestran la distribución de los ingresos relativos a la media nacional y la distribución de los ingresos relativos a la media de las regiones. Los elementos de la matriz de transición se interpretan como *las transiciones entre dos distribuciones diferentes en un mismo punto en el tiempo*. La matriz de transición se ha estimado por máxima verosimilitud. Según (Anderson & Goodman, 1956) si las probabilidades de transición son estacionarias, el estimador de máxima verosimilitud de P_{ij} será:

$$\hat{p}_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i}$$

Donde n_{ij} corresponde al número de departamentos que se desplazan del estado i al estado j entre los periodos de $t-1$ y t , en tanto que n_i es el número total de departamentos en el estado i en los T periodos, por lo que $n_i = \sum_j n_{ij}$

El periodo general de análisis desde 1988 a 2014 comprende 26 años, por tanto, habrá $T=25$ transiciones anuales. Estas estimaciones de la matriz de transición (Bhat & Miller, 2002), tienen las siguientes características:

$$\hat{P} =$$

Estados	1	2	3	4	5
1	0.8642	0.1079	0.0266	0.0000	0.0013
2	0.0675	0.8375	0.0909	0.0040	0.0000
3	0.0102	0.0881	0.8390	0.0612	0.0015
4	0.0055	0.0210	0.1558	0.7470	0.0707
5	0.0024	0.0040	0.0216	0.0992	0.8728

Los datos de la matriz de transición se pueden interpretar de la forma siguiente: la diagonal principal indica la proporción de gobiernos departamentales que no han experimentado un cambio en el periodo estimado. En otros términos, el 86% de los departamentos se ha mantenido en el estado de bajos ingresos, según la clasificación definida y solo un 10% lograron mejorar su situación pasando a otro estado de mejores ingresos. Poco más del 84% permanece en el rango de ingresos medio bajos, aunque hay una proporción equivalente al 6% que cae en su nivel de renta pasando del segundo al primer estado. Asimismo, hay un 83% que se mantiene catalogados como departamentos con ingresos medios. Cerca del 75% de departamentos mantienen un ingreso promedio en el margen de ingresos medio altos, pasando solo un 7% a la categoría de ingresos altos y el resto pasa a bajar de nivel. A su vez, el 87% de los departamentos clasificados en el quinto estado permanece como tal, mientras que el resto baja su nivel de ingresos, pasando de un nivel de ingresos altos al cuarto, tercer, segundo y primer estado.

El vector inicial $(x^{(0)})$ se construye a partir de los elementos que se encuentran en el periodo inicial (1995), en relación con el total.

VECTOR INICIAL	ESTADO 1	ESTADO 2	ESTADO 3	ESTADO 4	ESTADO 5
1988	0,1416	0,2286	0,2616	0,1599	0,2083

ESTADO ESTACIONARIO	ESTADO 1	ESTADO 2	ESTADO 3	ESTADO 4	ESTADO 5
	0,224	0,348	0,262	0,095	0,071

Al inicio del periodo de análisis un poco más del 14% se encontraba en el estado de rentas bajas, mientras el 23%, en el estado de ingresos medios bajos, un poco más del 26% con ingresos medios, cerca del 16% con renta de medio altos y el 21% se encontraban en el segmento de gobiernos departamentales con altos niveles de ingresos. En el estado estacionario, la probabilidad de transición es muy baja, con una importante concentración en los segmentos de niveles bajos de renta per cápita.

A fin de observar la transición a otros periodos de tiempo, se debe considerar regularidad de las matrices de transición, con el fin de determinar distribuciones ergódicas y tener la posibilidad de estudiar distintas características de la dinámica de transición de los ingresos departamentales.

Previamente se considera los vectores de estado estacionario que son los fijos, a los que converge el proceso de cadenas de Markov cuando k tiende a ∞ , esta relación se obtiene a partir de:

$$x^{(0)} * P^k$$

Donde: $x^{(0)}$ es el vector de estado inicial y P es la matriz de transición.

A su vez, se ha estimado el indicador de movilidad basada en las matrices de transición. Una forma de valorar, la movilidad es observar las relaciones entre la desigualdad de sección cruzada y la desigualdad longitudinal (Shorrocks, 1978), según este autor la movilidad se define como el grado en que la desigualdad se reduce a medida que se agregan las rentas que cada unidad recibe en periodos sucesivos. El índice de movilidad que propone Shorrocks es:

$$M(A) = \frac{m - tr(A)}{m - 1}$$

Donde: $tr(A)$ denota la traza de la matriz A (de transición) y m es el número de grupos en que se ha dividido la distribución.

Este índice refleja el mayor o menor grado de movilidad, mientras más se aproxime a 1, se entiende que existe mayor grado de movilidad. Para el caso de los gobiernos departamentales estudiados el índice tiene el valor de 0,17, lo cual significa que existe una muy baja movilidad de las gobernaciones entre los diferentes estados determinados.

4. CONCLUSIONES

Los argumentos teóricos del análisis se sustentaron en los enfoques de dinámica distribucional. El propósito de este trabajo es exponer estas alternativas metodológicas que permiten analizar de forma específica las tendencias de las convergencias económicas en determinados contextos, como en este caso los gobiernos Departamentales. También es posible aplicar esta metodología en el nivel municipal y otros, aunque la disponibilidad de datos en Bolivia, restringe esta posibilidad. Es importante la aplicación de distintos enfoques, tal como se han realizado en otros estudios por diferentes autores, con el fin de explicar y aportar con elementos académicos al problema recurrente de la desigualdad, que no atañe solo a nuestro país, sino a todo el mundo.

Según los objetivos planteados, se ha realizado el análisis de convergencias en el nivel de los gobiernos departamentales de Bolivia, a partir del PIB per cápita departamental, aplicando el enfoque de análisis intradistribucional continuo y discreto, durante el periodo de 1988-2014.

Los resultados de las estimaciones en su forma externa, reflejan un proceso de convergencia intertemporal, según los periodos observados, aunque en los últimos tiempos existe una marcada polarización de algunas regiones.

La dinámica intradistribucional para los diferentes periodos analizados, presenta una segmentación de grupos o clusters que se pueden explicar por la producción de hidrocarburos. Con la aplicación de la técnica *the highest conditional density region*

approach, se han estimado los denominados *stacked conditional density region* (SCDR) y *highest conditional density region* (HCDR) *plots*. Con la misma lógica de analizar los hitos importantes del proceso de descentralización boliviano, los resultados de las estimaciones por periodos, muestran en el primer caso previo al inicio de la descentralización (1988-1994), segmentación y una tendencia de los ingresos relativos a mantenerse, sin haberse producido movimientos importantes. Un segundo periodo de análisis está ligado al inicio del proceso de descentralización (1994-2001), época en que los municipios son parte neurálgica de este proceso y el fortalecimiento de las entonces denominadas prefecturas. Los resultados dan cuenta de una movilidad importante en regiones de bajos niveles de ingresos. Un tercer periodo de análisis, está vinculado a la política de reducción de la pobreza con importantes transferencias de inversión a los municipios y gobiernos departamentales, en el que los resultados muestran cambios importantes en la distribución, especialmente en las regiones con mayores ingresos. Para el periodo 2005 a 2014, se observa que gran parte de los gobiernos departamentales han conservado sus niveles relativos de ingreso per cápita, sin embargo, se han producido cambios significativos en el extremo superior de la distribución, generándose así, una polarización en el PIB per cápita de estos gobiernos. Estos últimos datos, reflejan el importante flujo de ingresos por concepto de explotación de hidrocarburos, beneficiando a determinadas regiones en donde se realizan las extracciones.

El enfoque de Cadenas de Markov, refleja una elevada probabilidad de permanencia de los gobiernos departamentales en los estados predeterminados. Una vez estimada la matriz de transición, los resultados muestran que más del 80% de las gobernaciones se han mantenido en el estado de ingresos inicial, siendo que el resto de los departamentos en el periodo de análisis, habrían logrado mejorar su situación pasando de un estado de bajos ingresos a otro de medio o altos ingresos. Sin embargo, también se observa que algunas gobernaciones habrían empeorado su situación, pasando de un estado de altos ingresos a estados de medio o bajos ingresos.

Si bien se observa un proceso de convergencia en el nivel de los gobiernos departamentales de Bolivia, durante el periodo analizado, sin embargo, cabe destacar que el proceso de descentralización boliviano está sustentado en transferencias directas del nivel central a los gobiernos subnacionales. Ese caudal de ingresos, permite mejorar las inversiones lo cual se traduce en una mejora del indicador base de estudio como es el PIB per cápita departamental. Un elemento que merece considerar en el proceso de descentralización, es

la fuente de financiamiento de este proceso que, a partir del 2010, por norma constitucional, ya se tiene plena vigencia de un nivel avanzado de la descentralización como son lo Autonomías tanto municipales como departamentales. Si bien la gestión autonómica de los gobiernos locales debe apuntar a fortalecer su capacidad de recaudación tributaria, las fuentes de financiamiento del proceso de descentralización autonómico están claramente determinadas por transferencias del nivel central. El problema con este mecanismo de financiamiento, es que los recursos provienen de la explotación y exportación de recursos naturales como son los minerales e hidrocarburos principalmente. Cabe reflexionar que la sostenibilidad del financiamiento del proceso de descentralización basado en transferencias, no está garantizado en el tiempo, debido a la vulnerabilidad de las materias primas a las cotizaciones del mercado internacional y por supuesto a la extinción de las mismas.

Si bien los avances, principalmente normativos, del proceso de descentralización hasta un nivel de autonomías en los diferentes niveles de gobierno, son importantes para la gestión fiscal, queda por recorrer el trecho más importante de la hacienda pública, que es el financiamiento del gasto con recursos generados por los gobiernos locales. Esto será posible sólo si en la época actual, con el importante caudal de recursos que tienen los gobiernos municipales y departamentales, comiencen a fortalecer sus estructuras institucionales y administrar sus recursos con criterios de eficiencia.

Bibliografía

- Aguilar Miranda, S., & Espinoza Quiroz, M. (septiembre de 2013). *Medición de las Desigualdades Regionales en Bolivia: Mediante el Análisis de la Sectorización Económica Municipal*. Obtenido de <http://www.bcb.gob.bo/eeb/sites/default/files/6eeb/docs/sesiones%20paralelas/6EEB%20SP-06-2.pdf>.
- Aguirre Tarquino, V. W., Cuentas Pórcel, G. R., Albarracín Herrera, I. A., & Ruiz Morales, C. C. (junio de 2012). *Factores del Desempeño Fiscal Municipal*. La Paz, Bolivia.
- Anderson, T., & Goodman, L. (October de 1956). Statistical Inference About Markov Chains. *Institute of Mathematical Statistics is collaborating with JSTOR*.
- Arbia, G., Basile, R., & Piras, G. (2006). Analyzing intr-distribution dynamics: a reappraisal. *ERSA Conference Papers*.
- Barro, R. (1991). Economic Growth in a Cross Section of Countries. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(2), 407-443.
- Barro, R., & Sala-i-Martin, X. (1992). Convergence. *Journal of Political Economy* 100(2), 223-251.
- Barro, R., & Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic Growth*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology.
- Basile, R. (2010). Intra-distribution dynamics of regional per-cápita income in Europe: evidence from alternative conditional density estimators. *Statistica*.
- Bernard, A., & Jones, C. (1996). Technology and Convergence. *The Economic Journal*, 106, 1037-1044.
- Bhat, U., & Miller, G. (2002). *Elements of Applied Stochastic Processes, Third Edition*. New Jersey: John Wiley, Sons.
- Cappelen, A., Castellacci, F., Faberger, J., & Verspagen, B. (September de 2002). The Impact of Regional Support on Growth and Convergence in the European Union. *Eindhoven Centre for Innovation Studies, The Netherlands*(02.14).
- Cowell, F. (2009). *Measuring Inequality*. LSE Perspectives in Economic Analysis, published by Oxford University Press.
- Cuadrado-Roura, J. (2001). Regional convergence in the European Union: From hypothesis to the actual trends. *The Annals of Regional Science*, 333-356.
- Durlauf, S. N., & Quah, D. T. (1999). The New Empirics of Economic Growth. En T. J. Woodford, *Handbook of macroeconomics* (págs. 235-308). Amsterdam.

- Ertur, C., Le Gallo, J., & Baumont, C. (January de 2006). The European Regional Convergence Process, 1980-1995: Do Spatial Regimes and Spatial Dependence Matter? *International Regional Science Review*(29), 3-34.
- Fingleton, B. (February de 1997). Specification and Testing of Markov Chain Models: An Application to Convergence in the European Union. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*(59).
- Fischer, M. M., & Stumpner, P. (2007). Income distribution dynamics and cross-region convergence in Europe: Spatial Filtering and Novel Stochastic Kernel Representations. *ResearchGate*.
- Hierro, M., & Maza, A. (2009). Per capita income convergence and internal migration in Spain: Are foreign-born migrants playing an important role? *Papers in Regional Science*.
- Hyndman, R. J., Bashtannyk, D. M., & Grunwald, G. K. (1996). Estimating and Visualizing Conditional Densities. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 5(4), 315-336.
- INE. (3 de mayo de 2016). *Instituto Nacional de Estadística*. "Producto Interno Bruto Departamental, (1990=100), serie: 1988-2014". Disponible en: <http://www.ine.gov.bo/indice/general.aspx?codigo=40203>, (Recuperado el 3 de mayo de 2016).
- Kolman, B. (1999). *Algebra Lineal con aplicaciones y Matlab*. México: Pearson Educación (México).
- Lucas, R. (1988). On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*(22), 3-42.
- Maza, A., Hierro, M., & Villaverde, J. (2009). Measuring intra-distribution income dynamics: an application to the European regions. *Springer-Verlag*.
- Maza, A., Villaverde, J., Hierro, M., Gutiérrez-Portilla, P., & Gutiérrez-Portilla, M. (julio-septiembre de 2014). Disparidades regionales en la UE-15: un enfoque de convergencia. *Investigación Económica, LXXIII*(289), 35-58.
- Ministerio de Planificación y Cooperación, División de Planificación Regional, Gobierno de Chile. (2002). *Convergencia-Divergencia Regional en Chile: Posibles Causas y Efectos*. Santiago: Ministerio de Planificación y Cooperación.
- Mizrahi, A., & Sullivan, M. (1999). *Finite Mathematics: An Applied Approach, 8th Edition*. NY: Wiley.
- Monfort, P. (2008). Convergence of EU regions Measures and evolution. *Working papers, European Union, Regional Policy*(01).
- Musgrave, R. A., & Musgrave, P. B. (1992). *Hacienda Pública, Teórica y aplicada*. Madrid, España: McGraw-Hill, Interamericana de España, S.A. U.
- Oates, W. E. (September de 1999). An Essay on Fiscal Federalism. *JSTOR, Journal of Economic Literature*, XXXVII, 1120-1149. Obtenido de <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-0515%28199909%2937%3A3%3C1120%3AAEOFF%3E2.O.CO%3B2-A>
- Qiao, B., Martínez Vazquez, J., & Xu, Y. (2008). The tradeoff between growth and equity in decentralization policy: China's experience. *Journal Development Economics* 86, 112-128.

- Quah, D. (July de 1995). Empirics for Economic Growth and Convergence. *LSE Economics Departmente and Centre for Economic Performance*(253).
- Quah, D. (1996). Empirics for economic growth and convergence. *European Economic Review*(40), 1353-1375.
- Quah, D. (1997). Empirics for Growth and Distribution: Stratification, Polarization, and Convergence Clubs. *Journal of Economic Growth*, 27-59.
- Quiroz Sillo, D., & Villegas Gómez, J. A. (2013). El rol del Estado Plurinacional en el desarrollo económico: ¿Convergencia o divergencia en los municipios de Bolivia?, Un estudio de convergencia con métodos espaciales (1999-2012). *Encuentro de Economistas de Bolivia*.
- Romer, P. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth. *The Journal of Political Economy*, 94(5), 1002-1037.
- Shorrocks, A. (Sep. de 1978). The Measurement of Mobility. *The Econometric Society*, 46(5), 1013-1024.
- Solow, R. M. (Feb de 1956). A contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65-94.
- Tiebout, C. M. (1956). A Pure Theory of Local Expenditures. *JSTOR, The Journal of Political Economy*, 64(5), 416-424. Recuperado el 26 de mayo de 2014, de <http://www.jstor.org/stable/1826343>
- Urenda Díaz, J. C. (2005). *Separando la paja del trigo, Bases para constituir las autonomías departamentales* (Tercera ed.). Santa Cruz, Bolivia: Academia boliviana de Estudios Constitucionales.
- Vergara-González, R., Mejía-Serván, J., & Martínez-Lara, A. (enero-junio de 2010). Crecimiento económico y convergencia regional en el Estado de México. *Paradigma Económico*(1), 53-88.
- Weingast, B. R. (2009). Second generation fiscal federalism: The implications of fiscal incentives. *Journal of Urban Economics*(65), 279-293.

APÉNDICE
PRODUCTO INTERNO BRUTO PER CÁPITA A PRECIOS CONSTANTES DE 1990,
SEGÚN DEPARTAMENTO
(En bolivianos)

PIB PER CÁPITA	BOLIVIA	CHUQUISACA	LA PAZ	COCHABAMBA	ORURO	POTOSÍ	TARIJA	SANTA CRUZ	BENI	PANDO
1988	2231	2215	2039	2310	2073	1222	2496	2989	2320	2400
1989	2264	2206	2070	2303	2209	1266	2550	3024	2307	2437
1990	2316	2235	2084	2310	2299	1332	2692	3108	2360	2702
1991	2383	2228	2187	2327	2435	1393	2789	3184	2272	2630
1992	2368	2157	2225	2313	2436	1419	2700	3097	2160	2534
1993	2413	2167	2268	2375	2568	1469	2659	3118	2177	2655
1994	2467	2089	2322	2471	2767	1384	2667	3208	2173	2863
1995	2523	2056	2401	2581	2927	1388	2584	3229	2179	2992
1996	2572	2004	2420	2647	2964	1441	2629	3322	2191	3048
1997	2636	2089	2369	2709	3294	1446	2980	3406	2269	3232
1998	2703	2144	2223	2767	3525	1429	3206	3695	2284	3616
1999	2650	2264	2243	2750	3419	1507	3068	3396	2380	3757
2000	2653	2183	2200	2753	3354	1571	3108	3435	2376	3993
2001	2647	2165	2181	2708	3348	1515	3262	3442	2387	3839
2002	2663	2172	2266	2673	3218	1555	3695	3356	2351	3553
2003	2686	2123	2354	2606	3013	1632	4144	3334	2317	3254
2004	2749	2196	2392	2705	2818	1657	4830	3340	2324	3154
2005	2821	2203	2391	2699	2890	1685	5936	3383	2319	3075
2006	2905	2316	2457	2768	2991	1735	6237	3430	2525	3042
2007	2987	2342	2546	2827	3041	1937	6597	3445	2515	3202
2008	3118	2482	2669	2880	3548	2381	6782	3460	2568	3196
2009	3171	2529	2768	2916	3694	2544	6578	3467	2631	3046
2010	3249	2641	2867	3000	3733	2501	6925	3508	2682	3014
2011	3364	2733	3009	3078	3820	2585	7232	3620	2702	2941
2012	3482	2943	3116	3147	3693	2377	7790	3835	2738	2880
2013	3663	3239	3270	3272	3813	2491	8492	4004	2822	2845
2014	3805	3461	3425	3384	3866	2580	8745	4156	2870	2864

Fuente: Instituto Nacional de Estadística.