

**IDENTIFICACIÓN DE AGENTES SISTÉMICAMENTE IMPORTANTES:
UNA APROXIMACIÓN MACRO Y MICROPRUDENCIAL A TRAVÉS DE MAPAS
AUTO-ORGANIZADOS**

(Versión preliminar)

CÓDIGO: 7120

Abril, 2014

Resumen

Los fundamentos de las crisis financieras han cambiado sustancialmente al igual que las características de los mercados financieros. Por tanto, no es posible analizar el riesgo sistémico sin tomar en cuenta el nivel crítico de los servicios e interdependencias que se producen por la actividad diaria entre agentes del mercado y las Infraestructuras de Mercado Financiero.

El objetivo del presente estudio es clasificar a las entidades financieras e Infraestructuras del Mercado Financiero de Bolivia en función a su importancia sistémica, a través de mapas auto-organizados (redes neuronales artificiales no supervisadas), de acuerdo con los enfoques de la aproximación macro y microprudencial del riesgo sistémico.

Para tal efecto, se tomó en cuenta información financiera que posibilite la conjunción de los enfoques: i) *too big to fail*, ii) *too interconnected to fail*, iii) *too non substitutable to fail*, y iv) *too crowded to fail*.

La clasificación y agrupación de los agentes del mercado financiero boliviano, a través de estas aproximaciones, se constituye en un insumo importante para las autoridades encargadas de la supervisión y regulación del sistema financiero, puesto que contribuiría a conformar un nuevo esquema para gestionar el riesgo sistémico.

Palabras claves: riesgo sistémico, mapas auto-organizados, sistema de pagos.

Clasificación JEL: C45, E42

I. Introducción

Los fundamentos de las crisis financieras han cambiado sustancialmente a la par de las transformaciones que han registrado los mercados financieros. En este sentido, no es posible analizar el riesgo sistémico sin tomar en cuenta el nivel crítico de los servicios e interdependencias que se producen por la actividad diaria entre entidades financieras y las Infraestructuras de Mercado Financiero (IMF) como los sistemas de pago.

Tras la última crisis financiera de 2008, los estudios sobre el riesgo sistémico han tomado orientaciones distintas a las tradicionales, algunos de ellos analizan las interconexiones entre agentes como un elemento disipador del contagio financiero, y otros ponen en relevancia lo vital del funcionamiento de las IMF y de ciertos servicios provistos por entidades financieras.

Las aproximaciones macro y microprudencial han sido tradicionalmente empleadas para analizar el riesgo sistémico, no obstante presentan diferencias sustanciales entre sus objetivos y alcances. Por un lado la aproximación macroprudencial pretende minimizar la ocurrencia de crisis financieras sistémicas de tal manera que se limiten los costos reales para la economía. Mientras que el enfoque microprudencial procura evitar el riesgo de quiebra de las instituciones financieras de manera individual, sin importar el costo que puedan significar para la economía.

Evaluar la importancia sistémica de los agentes únicamente a través de la aproximación microprudencial con el enfoque *'Too big to fail'* (demasiado grande para caer), resultó insuficiente pues su marco y elementos de análisis dejan al margen aspectos relevantes de los mercados financieros.²

En respuesta a ello la aproximación macroprudencial ofrece una perspectiva más amplia y completa para el análisis y gestión del riesgo sistémico, con la aplicación de los enfoques *'Too interconnected to fail'* (demasiado interconectado para caer) y *'Too non substitutable to fail'* (demasiado insustituible para caer), a través de ellos es posible precisar el análisis de las interdependencias e interacciones dinámicas de las entidades con los mercados financieros, y la relevancia de los servicios provistos por IMF y otros agentes del mercado.

² El enfoque *'Too big to fail'* (demasiado grande para caer) considera que los bancos de mayor tamaño son los más representativos en el mercado y a la vez los de mayor importancia sistémica, lo que implicaría que su deterioro o eventual quiebra podría incidir decisivamente sobre el desempeño del sistema. A través de la supervisión se evalúa de manera individual a las entidades por sus registros contables y el grado de su exposición al riesgo de crédito.

Si bien los enfoques citados posibilitan un mejor análisis y son coherentes con los lineamientos establecidos por organismos internacionales como el FMI (*International Monetary Fund*) y el BIS (*Bank for International Settlements*), también se considera importante introducir un nuevo enfoque coherente con las características del mercado financiero boliviano. El enfoque propuesto está relacionado con el número de clientes que acceden a servicios financieros, para fines de este estudio se denominó *'Too crowded to fail'* (demasiado concurrido para caer). La evidencia empírica ha demostrado que el cierre de algunas instituciones financieras en Bolivia –independientemente de su participación relativa de activos o pasivos comprometidos con relación al global- ha afectado a un gran número de clientes, lo cual a su vez, ha generado una desconfianza generalizada entre público con una fuerte propensión a disipar información infundada en el mercado. Este enfoque es especialmente relevante para analizar a algunas de las entidades financieras en Bolivia como las Entidades Especializadas en Microfinanzas (EEM), las cuales concentran una proporción significativa de clientes.

En la última década el sistema financiero boliviano ha registrado cambios sustanciales, por un lado se destaca una expansión generalizada de la actividad de intermediación financiera y el mayor acceso de la población a servicios financieros. Pero un elemento aún más sobresaliente es la creciente actividad de las IMF como los sistemas de pagos y de liquidación de valores³, los cuales debido a su importancia no pueden ser ajenos a las tareas de análisis e implementación de políticas orientadas a precautelar la estabilidad financiera.

Por su capacidad de descubrir rasgos comunes, regularidades, correlaciones y categorías en los datos de entrada, e incorporarlos a su estructura interna de conexiones para posteriormente clasificarlas a través de mapas auto-organizados (kohonen), las Redes Neuronales Artificiales (RNA) no supervisadas se constituyen en una excelente alternativa para analizar la importancia sistémica de los agentes del sistema financiero.

El objetivo del presente estudio es clasificar a las entidades financieras e IMF de Bolivia en función a su importancia sistémica, a través de mapas auto-organizados, de acuerdo con los enfoques de la aproximación macro y microprudencial del riesgo sistémico.

³ En 2013 las IMF movilizaron un valor aproximado a 4 veces el PIB, 9 veces la cartera de créditos y 8 veces los depósitos del público.

En la segunda parte del documento se efectúa una revisión conceptual del riesgo sistémico y las directrices para su gestión, en la tercera sección se desarrollan los elementos relacionados con la aproximación macro y microprudencial, seguidamente se realiza una breve revisión teórica sobre los mapas auto-organizados de Kohonen, en la quinta parte presenta un marco de análisis para la clasificación de los agentes sistémicamente importantes en Bolivia. Finalmente, se presentan las conclusiones y las consideraciones de cierre.

II. CONCEPTUALIZACIÓN DEL RIESGO SISTÉMICO Y DIRECTRICES PARA SU ANÁLISIS

El BIS (2004)⁴ define el riesgo sistémico como el riesgo de que la imposibilidad de uno de los agentes para cumplir con sus obligaciones o una alteración en el propio sistema, pueda resultar en la incapacidad de otros agentes del sistema financiero para cumplir con sus obligaciones al momento de su vencimiento. Bajo esta definición el contagio financiero tendría un comportamiento similar a un 'efecto domino' en el cual los agentes del mercado serían inhabilitados de manera sucesiva.

A su vez el FMI (2009)⁵ señala que el riesgo sistémico es el riesgo de interrupción de los servicios financieros causado por un daño en la totalidad o partes del sistema financiero que tienen la capacidad de afectar grave y negativamente el sector real de la economía. En esta definición se distingue el origen diverso de la crisis y el efecto macroeconómico que implicaría.

En línea con estas definiciones y a raíz de los eventos suscitados durante la crisis financiera ambos organismos publicaron documentos en los cuales establecen directrices para analizar el riesgo sistémico. En abril de 2012 el Comité Técnico de la IOSCO y el Comité de Sistemas de Pago y Liquidación (CPSS por su acrónimo en inglés) publicaron el documento 'Principios sobre Infraestructuras de los Mercados Financieros'⁶, cuyo objetivo fundamental es reforzar la seguridad y eficiencia de los servicios prestados por

⁴ Bank of International Settlements, (2004). "International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework".

⁵ Fund Monetary International (2009). "Guidance to Assess the Systemic Importance of Financial Institutions, Markets and Instruments: Initial Considerations".

⁶ En sustitución de los Principios Básicos para los sistemas de pago de importancia sistémica (CPSS, 2001), las Recomendaciones para los sistemas de liquidación de valores (CPSS-IOSCO, 2001) y las Recomendaciones para entidades de contrapartida central (CPSS-IOSCO, 2004). Este documento puede ser consultado en el siguiente enlace: <http://www.bis.org/publ/cpss101a.pdf>

las IMF, con ello se pretende limitar el riesgo sistémico y potenciar la estabilidad financiera. A través de estos principios el BIS reconoce cinco tipos de IMF: sistemas de pagos, depositarios centrales de valores, sistemas de liquidación de valores, entidades de contrapartida central y centrales de registro de datos⁸.

La publicación de estos Principios ha puesto de manifiesto la relevancia de los servicios prestados por las IMF para el funcionamiento de los mercados financieros, y lo crítico que resultaría su fallo o interrupción para el sistema en su conjunto. Como un elemento innovador de regulación y vigilancia estas directrices ha generado la necesidad de evaluaciones internas y adopción de un periodo de ajuste para su aplicación en cada país, lo cual podría conllevar cambios de orden jurídico y operativo.

Por su parte el FMI (*International Monetary Found*), FSB (*Financial Stability Board*) y BIS a través de la publicación 'Orientaciones para evaluar la importancia sistémica de las instituciones financieras, mercados e instrumentos: consideraciones iniciales' presentaron los siguientes criterios para la evaluación sistémica: tamaño, grado de sustitución y grado de interconexión.

Estos criterios sirven para evaluar a instituciones y mercados financieros, y con ello inferir el potencial impacto negativo, para el sistema financiero y la economía, que conllevaría sus fallas o interrupciones. Con base a ello también es posible identificar el tipo de impacto que traería consigo una eventual crisis: i) impacto directo que estaría asociado al tamaño o al grado de sustitución, e ii) impacto indirecto vinculado al grado de interconexión.

En opinión del FMI, FSB y BIS los criterios proporcionan un importante marco analítico para la evaluación del riesgo sistémico, no obstante a través de su combinación es posible obtener un mayor beneficio pues el análisis tendría un enfoque más completo.

Un elemento metodológico que no puede quedar al margen es el referido a la aplicación de técnicas o métodos para analizar el riesgo sistémico bajo el enfoque macroprudencial. Los estudios recientes han mostrado una tendencia a aplicar nuevas técnicas como topología de redes y simulación con el objeto de comprender la evolución y comportamiento de las redes transaccionales que se conforman por el funcionamiento de los sistemas de pagos en distintos países como Estados Unidos Soramäki *et.al.* (2006) y

⁸ En Bolivia no operan entidades de contrapartida central ni de servicios de registro de datos.

Bech *et.al.* (2006), Inaoka *et.al.* (2004) para el caso de Japón, Cepeda (2008) en Colombia y Cáceres *et.al.* (2011) para el caso boliviano.

Para el caso colombiano se destaca la aplicación de la lógica difusa (*fuzzy logic*) -la cual es un técnica de la inteligencia artificial- con lo cual Leon *et.al.* (2011) diseñan un sistema experto capaz de clasificar a los agentes del mercado financiero según su importancia sistémica.

Un factor común en todos ellos es el abandono de las técnicas tradicionales del análisis económico como la econometría o los Modelos de Equilibrio General Dinámicos Estocásticos (MEGDE).

El BIS (2012) reconoce las limitaciones de los MEGDE para analizar situaciones en las cuales están presentes la irracionalidad, la ineficiencia de los mercados, y la formación de burbujas de precios de activos⁹. Estos elementos se constituyeron en características de los eventos económicos precedentes que llevaron a la última crisis financiera¹⁰. Los MEGDE basan su funcionamiento en una forma débil de estacionariedad.

Por su lado, la econometría aplicada al campo de la macroeconomía también ha sido sujeta de fuertes críticas. La más importante de ellas fue presentada por Lucas (1976) quien afirmó que estos modelos eran demasiado simplistas para predecir las implicaciones de una política económica.¹¹

Con estas consideraciones, es factible afirmar que los modelos econométricos y MEGDE¹² no posean la capacidad necesaria de abstracción de la dinámica de los sistemas económicos y financieros actuales, lo cual a su vez abriría un espectro de posibilidades para la implementación de nuevas técnicas ayuden a analizar el comportamiento de sistemas complejos y caóticos.

⁹ Los MEGDE asumen la existencia de un equilibrio estable y los riesgos en estos modelos son puramente choques exógenos que impulsan la economía temporalmente fuera del estado de equilibrio a la que converge de forma dinámica de acuerdo con el comportamiento de optimización de los diferentes agentes.

¹⁰ Existe un consenso que entre 2002 y el 2005 a raíz de las disminuciones de las tasas de interés de la FED, la burbuja inmobiliaria en Estados Unidos se fue generando, lo cual produjo a su vez una expansión generalizada de los créditos hipotecarios y sobreendeudamientos de las familias en muchos casos.

¹¹ Lucas (1976) arguye que es ingenuo intentar predecir los efectos de un cambio en política económica a partir de relaciones estructurales estimadas con datos históricos, puesto que estas cambian si los agentes ajustan sus preferencias y comportamientos. En este sentido, la econometría asume que los agentes miran hacia atrás para formular sus proyecciones futuras, es decir, tienen expectativas adaptativas cuando en realidad se comportan de acuerdo con la teoría de las expectativas racionales.

¹² A raíz de la reciente crisis financiera mundial, los MEGDE han sido objeto de críticas por basarse en la hipótesis de un mercado de capitales de competencia perfecta. En efecto el teorema de *Miller-Modigliani* es tomado en cuenta en la construcción de MEGDE, los cuales son incapaces de capturar efectos como los provenientes del canal de crédito, BIS (2000).

III. CRITERIOS DE ANÁLISIS PARA LAS APROXIMACIONES MACRO Y MICROPRUDENCIAL Y ESTUDIOS RECIENTES

Borio (2009) delimita los objetivos de las aproximaciones macro y microprudencial, y con ello la perspectiva del análisis del riesgo sistémico. La diferencia sustancial de ambas aproximaciones radican en sus objetivos y alcances, por un lado la aproximación macroprudencial pretende minimizar la ocurrencia de crisis financieras sistémicas de tal manera que se limiten los costos reales para la economía. En tanto que el enfoque microprudencial procura evitar el riesgo de quiebra de las instituciones financieras de manera individual, sin importar el costo que puedan significar para la economía.

En el siguiente cuadro se observan las principales diferencias en cuanto a los elementos de análisis:

Aproximaciones Macro y Microprudenciales comparadas

	Macroprudencial	Microprudencial
Objetivo próximo	Minimizar la ocurrencia de crisis financieras sistémicas	Minimizar la ocurrencia de crisis en las instituciones
Objetivo final	Limitar los costos reales para la economía	Protección al consumidor financiero (depositante/ inversionista/ prestatario)
Modelo de riesgo	Analiza dependencias y la conducta colectiva del sistema en su conjunto. Considera que el riesgo es en parte endógeno.	Analiza de manera independiente la conducta individual de los agentes. Considera que el riesgo es exógeno.
Análisis de correlaciones y exposiciones comunes de las entidades instituciones	Importante	Irrelevante
Controles prudenciales	En términos del riesgo sistémico bajo el formato 'top-down'	En términos de riesgo de las instituciones individuales, bajo el formato 'bottom-up'

Fuente: Borio (2003)

La aproximación macroprudencial ha asignado una nueva perspectiva para analizar el riesgo sistémico a través del análisis de eventos y variables endógenas que podrían causar perturbaciones financieras. Bajo esta línea un conjunto de estudios ya han analizado los *shocks* idiosincráticos de liquidez como detonantes de las crisis sistémicas Allen *et.al.* (2000).

A su vez organismos internacionales han emitido criterios preliminares para estructurar los marcos de análisis para la gestión del riesgo sistémico. El BIS a través del documento

Basilea III¹³ afirma que las interconexiones entre bancos de importancia sistémica son responsables de propagar las perturbaciones por todo el sistema financiero y la economía. Asimismo el FMI (2009), formaliza los criterios y enfoques para la identificación de agentes sistémicamente importantes: i) Tamaño (*Too big to fail*) considera la magnitud de los servicios financieros prestados de manera individual en el mercado, ii) Conectividad (*Too interconnected to fail*) toma en cuenta los vínculos o interconexiones de los agentes entre sí y con otros componentes del sistema, y iii) Sustitución (*Too non substitutable to fail*) está relacionada con la dificultad que implicaría para un sistema sustituir la ausencia de un servicio o función ante el fallo de un agente del mercado o IMF.

Tamaño (*too big to fail*)

Tradicionalmente las autoridades de supervisión han empleado este criterio para seleccionar y clasificar de manera jerárquica a las entidades financieras.

El tamaño de las entidades financieras, normalmente es aproximado por el importe de los activos que figuran en la hoja de balance. En criterio del FMI (2009) el tamaño de una institución financiera dependería del número de servicios financieros prestados.

Con estas consideraciones, se asume que los bancos de mayor tamaño son los de mayor importancia sistémica, lo que implicaría que su deterioro o eventual quiebra podría incidir decisivamente sobre el desempeño del sistema.

Los estudios realizados bajo este criterio únicamente han analizado la industria o ciertos segmentos de ella, considerando como variable de riesgo la volatilidad del rendimiento de activos y patrimonio en línea con Graig *et.al.*(1997) o la pesadez de la cartera crediticia según Chumacero *et.al.* (2001) y Barron (2011) para el caso boliviano. Estos tipos de análisis han dejado de lado el efecto ampliado para el sistema o el contagio financiero que tendría lugar ante la eventual quiebra de un banco grande.

Conectividad (*Too interconnected to fail*)

Este criterio se fundamenta en que el alcance de las crisis sistémicas y su propagación dependerían de las interconexiones y las interdependencias que se conforman en los mercados financieros, principalmente por las transferencias de fondos y activos entre entidades financieras a través de los sistemas de pago y de liquidación de valores u otras

¹³ Bank of International Settlements, (2011). "A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems".

IMF. Por tanto, entre más interconectado este un agente con los demás mayor será su incidencia sobre los demás en caso de un contagio financiero, asimismo, tendrá un papel preponderante en la conformación de la estructura de la red transaccional.

Para examinar el grado de conectividad de un agente es posible utilizar métricas básicas de la topología de redes como el grado de entrada o salida, o algunas más sofisticados como *Betweenness Centrality*¹⁴ o *Hypertext Induced Topic Selection (HITS)*¹⁵.

De manera complementaria es posible fundamentar las pruebas de *stress* a partir de la caída de los agentes más interconectados, y con ello evaluar la resistencia de la red y la reacción de los demás agentes. Para el caso boliviano Cáceres *et.al.* (2013) emplea esta técnica para analizar la red transaccional del sistema de pagos de alto valor y efectuar simulaciones para establecer el alcance de eventuales contagios financieros que surgieron a raíz de distintas coyunturas.

Sustitución (*Too non substitutable to fail*)

Este criterio se basa en la dificultad que implicaría para un sistema sustituir la ausencia de ciertos servicios (por tipo o volumen) ante un fallo o caída de un agente del mercado o IMF.

De acuerdo con la naturaleza de los servicios provistos en el mercado, la evaluación sistémica debe evaluar los sustitutos de: i) los servicios prestados por las IMF y ii) la provisión de liquidez en el mercado. Para el primer caso no resultaría complicado establecer el grado de sustitución de ciertos servicios como la compensación de operaciones, la liquidación de fondos y valores, registro y custodia de títulos entre otros,

¹⁴ *Betweenness Centrality*: $C_t^B(i) = \frac{1}{(n_t-1)(n_t-2)} \sum_{a \neq i, b \neq i, \sigma_{ab} \neq 0} \frac{\#\sigma_{ab}(i)}{\#\sigma_{ab}}$

Donde: n_t : Número de participantes en el sistema de pagos; $\#\sigma_{ab}(i)$: Conjunto de caminos que conectan a los agentes (a) y (b) y pasan por el agente (i) (conjunto de geodésicas dirigidas entre a y b) y $\#\sigma_{ab}$: Conjunto de caminos que conectan a los agentes (a) y (b) - conjunto de geodésicas dirigidas entre a y b

¹⁵ *HITS (Hypertext Induced Topic Selection)* es un algoritmo para valorar y clasificar, la importancia de una página web. *HITS* usa dos indicadores: *Authority*, que valora cuán buena es la página como recurso de información y *Hub*, que dice cuán buena es la información que se consigue siguiendo los enlaces que tiene a otras páginas

$$x_i = \sum_{q, q \rightarrow i} y_i ; y_i = \sum_{q, i \rightarrow q} x_i$$

Donde: x_i : *hub*, mide el grado de recomendador del nodo (i)

y_i : *authority*, mide el grado de cuan buen recurso es el nodo (i)

puesto que los agentes especializados en estos servicios normalmente son muy pocos. Para el segundo caso, Villegas (2013) analiza el grado de sustitución de la provisión de liquidez en el mercado interbancario boliviano.

La idea de conjuncionar estos criterios ha llevado al desarrollo de algunas investigaciones, una de ellas basada en *fuzzy logic*, Leon *et.al.* (2011) utilizan esta técnica para obtener un índice de importancia sistémica y clasificar de manera jerárquica a los agentes del mercado financiero colombiano. El modelo obtenido permite emular la forma en que los expertos piensan y toman decisiones para clasificar a las instituciones financieras. La lógica difusa permite la combinación de distintos conceptos de manera no lineal, aspecto que favorece notablemente a la identificación de las características de la muestra.

En los últimos años, el CoVaR¹⁶ también se ha constituido en otra herramienta para estudiar la contribución marginal de entidades al riesgo sistémico. Para el caso uruguayo Castela *et.al.* (2013) con base a esta técnica analizan a los bancos tomando como base el dólar, asimismo emplean el indicador básico de riesgo sistémico de Basilea III.

IV. MAPAS AUTO-ORGANIZADOS DE KOHONEN

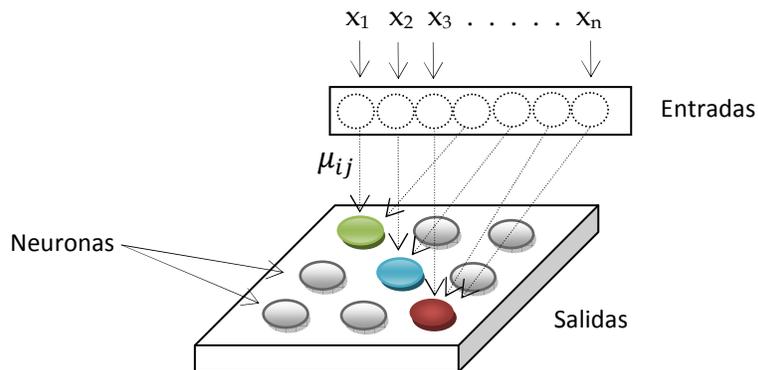
Los Mapas Auto-organizados (SOM - *Self-Organizing Maps*) de Kohonen son un tipo de RNA entrenada a través de un esquema no supervisado, están inspirados en la capacidad del cerebro humano de reconocer y extraer rasgos y características relevantes del mundo que los rodea.

A través de los SOM se pretende simplificar el resultado de un espacio multidimensional (entrada) a un espacio de salida de menor dimensión. Una característica fundamental de los SOM radica en el uso de una función de vecindad para preservar las propiedades topológicas del espacio de entrada.

Como se observa en el gráfico, la arquitectura de la RNA es de tipo monocapa constituido por dos niveles de neuronas, la capa de entrada cumple la función de canalizar información la cual se constituye en la señal de entrada de la red $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Cada

¹⁶ El CoVaR es utilizado como medida de la contribución al riesgo sistémico que genera una institución particular. El mismo se define como la diferencia entre el VaR (*Value At Risk*) del sistema condicional donde la cierta institución se encuentra bajo estrés financiero, y el VaR del sistema en condiciones normales para todas las instituciones.

neurona de la capa de entrada está ligada a las neuronas de la capa de salida a través de pesos sinápticos μ_{ij} ¹⁷. La capa de salida tiene el propósito de procesar la información y realizar una proyección n -dimensional de los resultados. El resultado final es un SOM que muestra un conjunto de sectores que agrupa los datos con características comunes.



Las neuronas de salida también presentan conexiones laterales implícitas entre sí cuya influencia se traduce en excitaciones e inhibiciones. Este efecto se consigue a través de un proceso competitivo entre las neuronas y la aplicación de una función de vecindad. La cercanía es un factor importante pues la relación no va a ser la misma entre dos neuronas cercanas y otras que están alejadas. En este sentido, el objetivo de entrenar a la RNA será que las salidas cercanas correspondan a entradas cercanas.

El aprendizaje de la RNA está regido por la ecuación que define la variación de μ_i :

$$\Delta\mu_i = \alpha(t)h_{ij}(t)(X - W_i) \quad (1)$$

Donde:

- X : Vector de entrada
- $\Delta\mu_i$: Variación del vector de pesos para la neurona i -ésima
- α : Razón de aprendizaje
- h_{ij} : Función de vecindad
- μ_i : Vector de pesos de la neurona i -ésima
- t : Índice de iteración

¹⁷ El conjunto de pesos de las conexiones se pueden definir mediante la siguiente matriz: $\mu = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{i1} & \mu_{i2} & \dots & \mu_{ij} \end{pmatrix}$

El cálculo de $\alpha(t)$ esta dado por la siguiente ecuación:

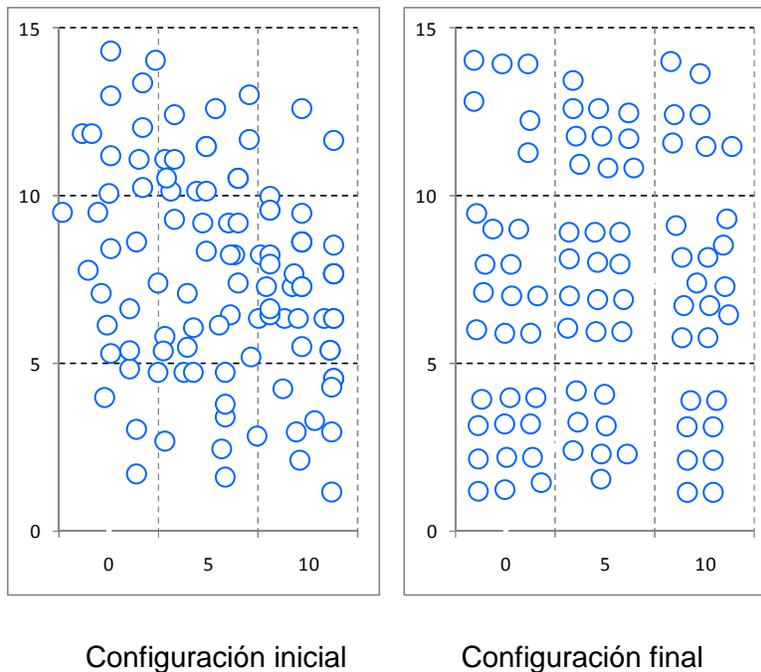
$$\alpha(t) = \alpha_o \left(\frac{\alpha_f}{\alpha_o} \right)^{\frac{t}{t_{max}}} \quad (2)$$

Donde α_o y α_f corresponde a las razones de aprendizaje inicial y final; t_{max} es el número máximo de iteraciones¹⁸.

Por su parte, la función vecindad está definida de la siguiente manera:

$$h_{ij}(t) = e^{\left[\frac{-d(i,j)^2}{2\sigma(t)^2} \right]} \quad (3)$$

Donde d es la distancia euclidiana entre la neurona ganadora j y la neurona i a la cual se le modifican los pesos; el rango o magnitud de vecindad está dado por el parámetro $\sigma(t)$ ¹⁹. Su característica hace que los pesos de las neuronas más alejadas de la unidad ganadora únicamente varíen en una menor proporción que la más cercana.



¹⁸ A través de esta identidad se procura $\alpha(t)$ siga una trayectoria exponencial decreciente, al inicio registrará fuertes variaciones en los pesos y, a medida que evolucione el algoritmo el tamaño de los cambios se atenuará para garantizar que las neuronas se distribuyan entre los datos más representativos de la base de entrenamiento. Finalmente cuando las neuronas ya hayan aprendido la distribución de los datos, las modificaciones de los pesos son pequeños solo para efectuar ajustes mínimos de los pesos.

¹⁹ A su vez $\sigma(t)$ representa la magnitud o radio de vecindad: $\sigma(t) = \sigma \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_o} \right)^{\frac{t}{t_{max}}}$ donde σ_o y σ_f son las magnitudes inicial y final, respectivamente.

El entrenamiento de la RNA es efectuado a través de un algoritmo de aprendizaje (Anexo A), que se inicializa con la definición de la arquitectura de la red N neuronas en la capa de entrada y un mapa de $M \times M$ neuronas en la capa de salida, y la selección aleatoria de algunos patrones de entrada pertenecientes a un vector de entrada X .

Las neuronas de la segunda capa compiten entre sí para decidir cuál de ellas es la más cercana al patrón seleccionado, la neurona ganadora será aquella que tenga una menor distancia con relación al patrón seleccionado $\min \|X_i - \mu_j\|$ ²⁰. A través de este procedimiento se pretende encontrar el vector de referencia más parecido al vector de entrada, a través de las interacciones activadoras e inhibitorias que existen entre las neuronas.

La activación de la neurona j -ésima a_j será posible solo si:

$$a_j = \begin{cases} 1 & \min \|X_i - \mu_j\| \\ 0 & e. o. c \end{cases}$$

Por tanto, lo que hace esta RNA es realizar una tarea de clasificación preliminar, ya que la neurona de salida activada ante una entrada representa la clase a la que pertenece dicha información de entrada.

Los pesos de la neurona i -ésima μ_i que resultó ganadora se actualizarán a través de la ecuación (1) con el propósito de que se asemeje al vector de entrada y con ello lograr una clasificación óptima. En este sentido, ante un nuevo vector de entrada parecido al anterior se activa la misma neurona u otra cercana, debido a la semejanza entre las clases. Este procedimiento garantiza que las neuronas topológicamente próximas sean más sensibles a entradas físicamente similares Loza *et.al.* (2009).

Por su parte la zona de vecindad J^* está definida por la función de vecindad (ecuación 3). Generalmente J^* decrece a medida que avanza el aprendizaje y a su vez depende del rango o magnitud de vecindad $\sigma(t)$.

$$\sigma(t) = \sigma \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_o} \right)^{\frac{t}{t_{max}}}$$

²⁰ Para este propósito debe adoptarse una medida de similitud entre las entradas y los pesos de las conexiones. En este caso se asumió la distancia euclidiana: $d_{ij} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu_{ij})^2}$.

La neurona j -ésima pertenece a J^* de la neurona ganadora (i -ésima) solamente si su distancia es igual o inferior a $\sigma(t)$.

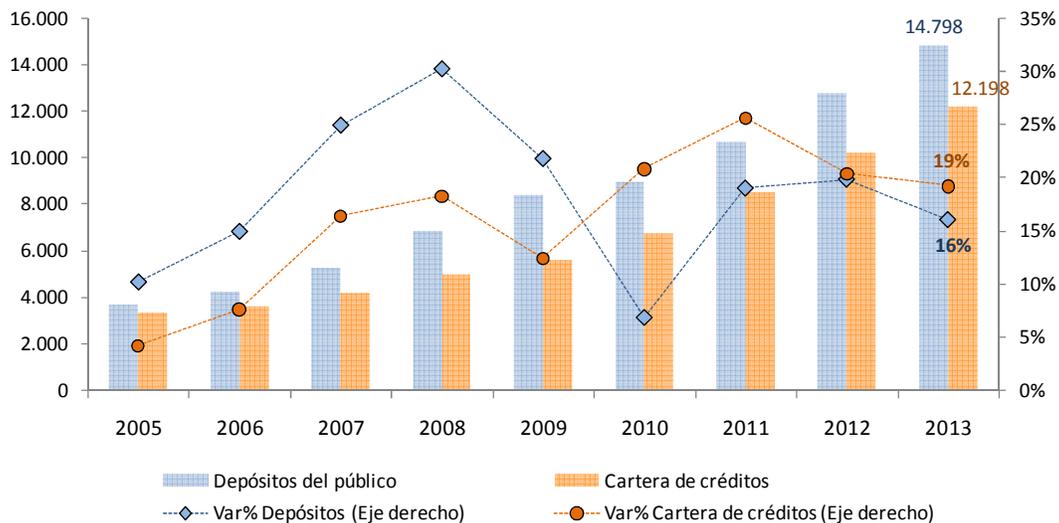
Cuando se inicia el entrenamiento de la red $\sigma(t)$ asume un valor grande, el cual va disminuyendo a medida que red va aprendiendo, esto garantiza la estabilidad en la convergencia del algoritmo de aprendizaje

V. MARCO DE ANÁLISIS DEL RIESGO SISTÉMICO A TRAVÉS DE LAS APROXIMACIONES MACRO Y MICROPRUDENCIAL - CASO BOLIVIANO

Elementos de contexto

En Bolivia durante los últimos años se ha registrado una expansión considerable de la actividad de intermediación financiera lo cual se ha traducido en un crecimiento sustancial de la cartera de créditos y el saldo en cuentas de ahorro. El crecimiento promedio de los depósitos del público durante el período 2005 a 2013 alcanzó a 17% y la cartera de créditos a 14%.

EVOLUCIÓN DE DEPÓSITOS DEL PÚBLICO Y CARTERA DE CRÉDITOS (En millones de dólares y porcentajes)



Fuente: ASFI
Elaboración propia

En 2013 el sistema financiero boliviano continuó registrando buenos indicadores de desempeño. El nivel reducido de morosidad puso en evidencia la buena calidad de la cartera de créditos. De igual forma, las provisiones constituidas (210,5%) y los niveles de capitalización (13,5%) reflejaron los elevados niveles de solvencia alcanzados por la industria. Las reservas de liquidez constituidas por las entidades de intermediación financiera cubrían aproximadamente el 80% de las obligaciones de corto plazo.

INDICADORES FINANCIEROS DE DESEMPEÑO

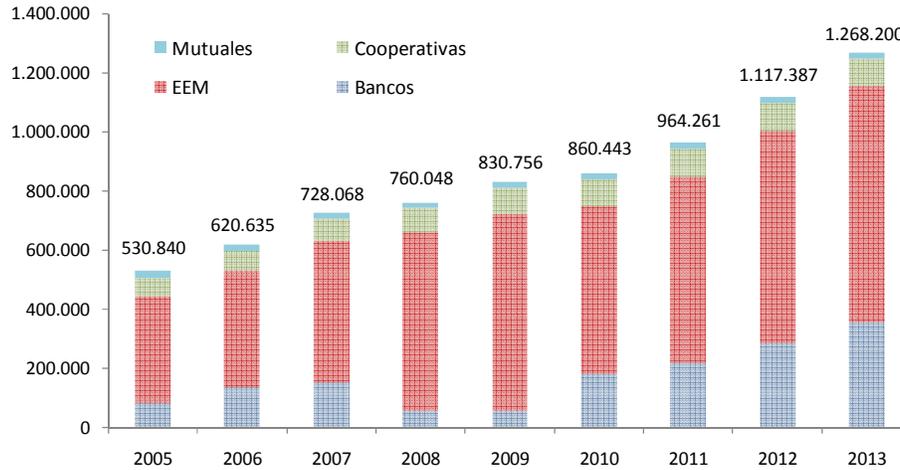
Indicadores (En porcentaje)	2012					2013				
	BCO	EEM	MUT	COP	SIS	BCO	EEM	MUT	COP	SIS
Capitalización										
Coefficiente de Adecuación Patrimonial (CAP)	12,9	11,8	35,9	19,4	13,6	12,9	11,8	36,9	19,3	13,5
(Cartera en mora-Previsiones)/Patrimonio	-6,4	-19,5	-7,8	-23,4	-10,8	-7,5	-19,6	-11,9	-21,4	-11,9
Calidad de activos										
Indice de morosidad	1,7	0,8	2,2	1,9	1,5	1,7	0,9	2,0	1,7	1,5
Previsiones/Cartera en mora	158,3	368,0	203,1	322,9	210,7	161,1	330,9	262,4	319,4	210,5
Cartera reprogramada/cartera bruta	1,9	0,4	0,9	1,5	1,4	1,7	0,4	0,9	1,9	1,3
Eficiencia administrativa										
Gastos administrativos/Activos+contingente	3,3	8,1	4,0	7,0	4,6	3,5	8,0	4,1	7,2	4,8
Rentabilidad										
ROA	1,5	1,6	1,1	1,0	1,5	1,1	1,6	0,9	0,8	1,2
ROE	17,2	18,5	5,7	7,0	15,8	13,0	18,6	4,5	5,8	13,3
Liquidez										
Disponibilidades+inversiones temporarias/Total de activos	41,9	20,6	20,0	22,9	34,7	38,9	18,1	19,8	24,3	32,0
Disp.+inversiones temp.+inversiones perm./Pasivos de corto plazo	80,9	85,4	60,6	69,2	80,2	79,7	89,3	55,0	75,9	79,9

Fuente: ASFI

Elaboración propia

La expansión financiera también ha promovido un mayor acceso de la población a los servicios de ahorro y crédito. A diciembre de 2013, cerca de 1,3 millones de personas eran clientes de crédito en el sistema financiero, las Entidades Especializadas en Microfinanzas (EEM) concentraron el 68% del este número gracias a sus productos de microcrédito ofertados en el mercado. Por su lado los bancos comerciales también incorporaron estos servicios desde 2010 este aspecto impulso su participación de mercado hasta alcanzar el 28%. Por su parte, las cooperativas y mutuales concentraron únicamente el 7% y 2%, respectivamente.

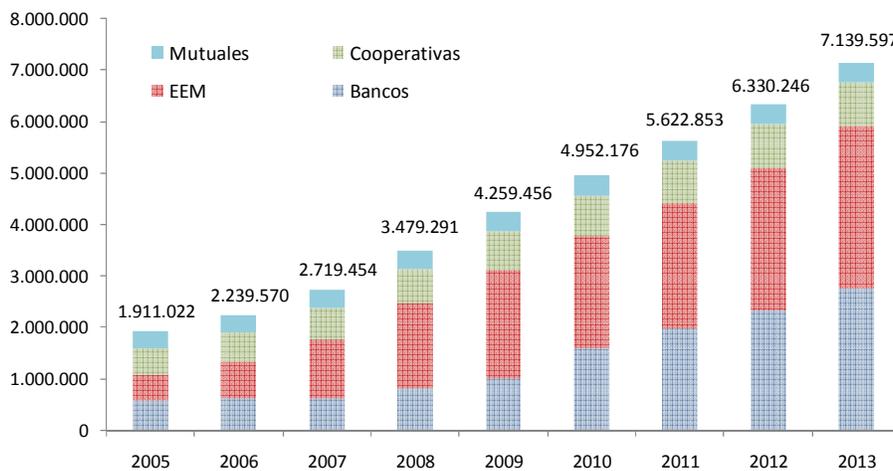
SISTEMA FINANCIERO BOLIVIANO: NÚMERO DE CLIENTES DE CRÉDITO



Fuente: ASFI
Elaboración propia

A diciembre 2013 alrededor de 7,1 millones de cuentas de ahorro estaban vigentes en el sistema financiero, la evolución de esta variable fue evidentemente positiva en últimos años. Las EEM registraron una participación mayoritaria de 44% seguido de los bancos 39%. Las cooperativas (12%) y las mutuales (5%) concentraron únicamente el 17%, este tipo de entidades financieras fueron perdiendo gradualmente su participación de mercado, en 2005 llegaron a concentrar 45% del número total de cuentas de ahorro (cooperativas 26% y mutuales 19%).

SISTEMA FINANCIERO BOLIVIANO: NÚMERO DE CUENTAS DE AHORRO

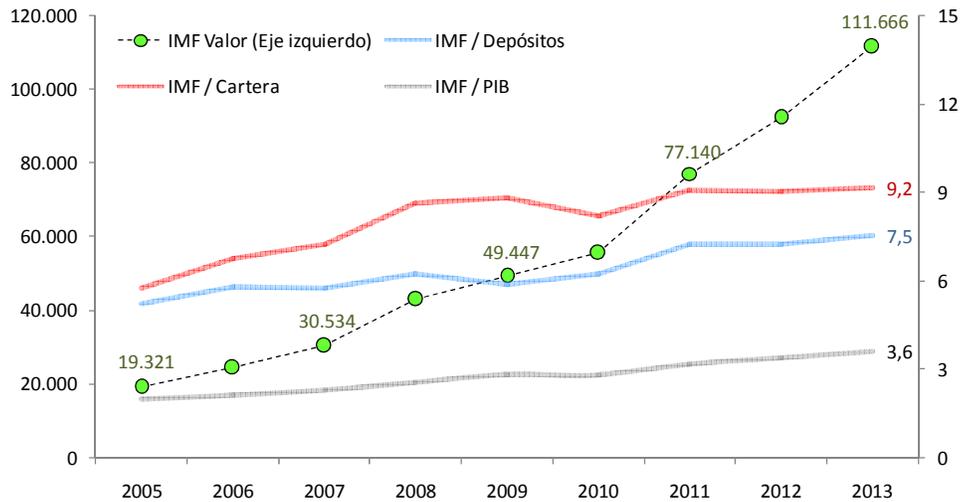


Fuente: ASFI

Elaboración propia

De igual manera, la evolución de las operaciones procesadas por las IMF ha registrado una tendencia positiva. La preferencia de los agentes del mercado por el uso de instrumentos electrónicos de pago aumentó considerablemente en los últimos años. En 2013 los sistemas de pago y de liquidación de valores de importancia sistémica²¹ que conforman la IMF en Bolivia procesaron \$us111.666 millones, comparativamente esta magnitud representó 9,2 veces la cartera de créditos, 7,5 los depósitos del público y 3,6 veces el PIB.

VALOR DE OPERACIONES PROCESADAS POR LAS IMF Y COMPARATIVO (En millones de dólares y número de veces)



Fuente: BCB-ASFI

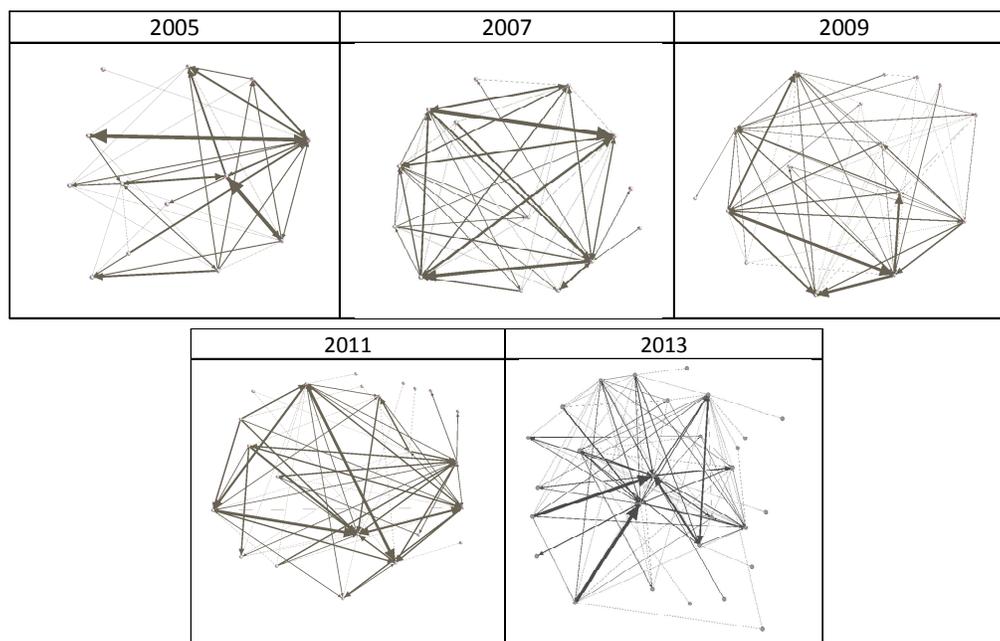
Elaboración propia

En Bolivia, gran parte de las entidades financieras y la totalidad de las cámaras de compensación utilizan el Sistema de Pagos de Alto Valor (SIPAV) para procesar sus transferencias de fondos.

El SIPAV es un sistema transaccional administrado por el BCB, y se constituye en la principal IMF del mercado. Las transacciones del SIPAV producen conexiones implícitas

²¹ Se consideró las operaciones procesadas por el Sistema de Pagos de Alto Valor, la Entidad de Depósito de Valores, la Cámara de Compensación de Cheques, la Cámara Automatizada de Órdenes Electrónicas y el Sistema de Pagos del Tesoro.

que conforman redes transaccionales. Estas redes han evolucionado hasta conformar estructuras más complejas en los últimos años.



*Las redes fueron construidas con observaciones de un día cotidiano de operaciones para las gestiones 2005 a 2013

Fuente: BCB
Elaboración propia

A través de las siguientes métricas es posible observar que el número de enlaces por cada participante se ha incrementado sustancialmente entre 2004 a 2013 (de 2,55 a 4,75 en el grado medio y de 3,36 a 11,3 en el grado medio con pesos). No obstante el nivel de conectividad de la red -evaluado a través de la densidad de la red- ha permanecido en niveles bajos (0,18 sobre un máximo de 1 en 2013).

MÉTRICAS DE LA RED TRANSACCIONAL DEL SIPAV

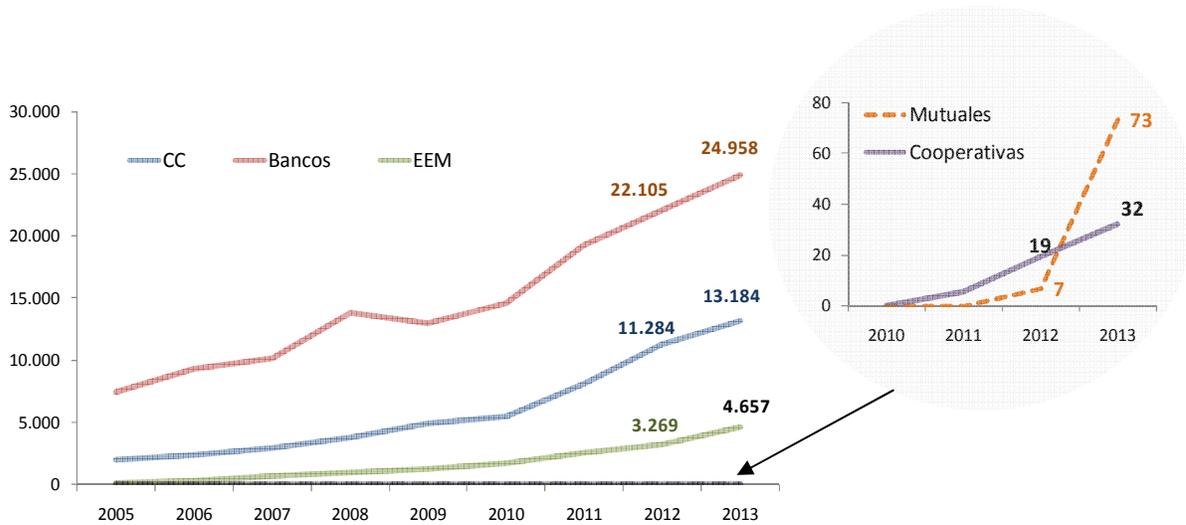
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Grado medio	2,55	4,31	4,60	4,86	5,13	5,56	4,95	4,30	3,31	4,75
Grado medio c/ pesos	3,36	7,92	9,80	10,71	10,47	11,94	9,38	8,17	6,96	11,30
Diametro de la red	4,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	4,00	4,00
Densidad de la red	0,26	0,36	0,33	0,37	0,37	0,37	0,25	0,20	0,13	0,18
Modularidad	0,26	0,10	0,12	0,12	0,09	0,10	0,12	0,15	0,19	0,13
Componentes conexos	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Coficiente medio de clustering	0,35	0,62	0,63	0,62	0,60	0,62	0,53	0,40	0,37	0,36
Longitud media de camino	2,12	1,68	1,74	1,64	1,70	1,72	1,81	1,92	2,12	1,93

Fuente: BCB
Elaboración propia

En cuanto a la provisión de liquidez al sistema financiero se consideró las operaciones de débito procesadas a través del SIPAV. A través de estas transacciones las entidades financieras y las cámaras de compensación transfieren fondos entre sí y a los demás participantes del sistema. Se tomó en cuenta este tipo de operaciones pues incluye la liquidación de los créditos de liquidez interbancarios y reportos entre otros.

Se observa que las entidades bancarias fueron las principales proveedoras de liquidez del mercado (\$us24.958 millones en 2013) seguidas de las cámaras de compensación y EEM. Contrariamente las cooperativas y las mutuales no cumplieron un papel preponderante en este ámbito, no obstante se observó un aumento sus operaciones en los últimos años.

TRANSFERENCIAS DE FONDOS A TRAVÉS DEL SIPAV (En millones de dólares)



Fuente: BCB
Elaboración propia

Identificación de agentes sistémicamente importantes

Para el caso boliviano, además de los enfoques mencionados (tamaño, conectividad y sustitución), se consideró pertinente incorporar un enfoque adicional que tome en cuenta

el número de clientes que acceden a servicios financieros, el cual para fines de este estudio se denominó: *'too crowded to fail'* (demasiado concurrido para caer).

La evidencia empírica ha demostrado que el cierre de algunas instituciones financieras ha afectado a un gran número de clientes, lo cual a su vez ha generado una desconfianza generalizada entre público con una fuerte propensión a disipar información infundada en el mercado. Este enfoque es especialmente relevante para algunas de las entidades financieras en Bolivia como las EEM quienes concentran una proporción significativa de clientes.

A través de la conjunción de estos enfoques es posible capturar íntegramente la importancia sistémica de los agentes del mercado. Esta información es particularmente relevante para las autoridades encargadas de la supervisión y regulación. Por un lado permite enfocar el monitoreo, tratamiento y regulación de las entidades de manera diferenciada, y por otro, la prevención de las crisis o la manera en que deben ser afrontadas en caso de que estas se materialicen. En términos de estabilidad financiera con las aproximaciones macro y microprudenciales es posible articular el riesgo sistémico con el idiosincrático.

Para el análisis de los agentes del mercado boliviano se consideraron a 13 bancos, 8 mutuales, 26 cooperativas de ahorro y crédito, 5 fondos financieros privados y 2 cámaras de compensación.

Se seleccionaron las siguientes variables de acuerdo con los enfoques citados: i) volumen de activos – tamaño, ii) *Betweenness centrality* - conectividad iii) provisión de liquidez a través del SIPAV – sustitución, y iv) número de clientes por entidad financiera – concurrencia.

Como se mencionó en la sección anterior, a través de la construcción de mapas auto-organizados es posible clasificar muestras, en este caso agentes del mercado en función a su importancia sistémica de acuerdo con criterios seleccionados.

A través del modelo de RNA se obtuvo el siguiente mapa en el cual los agentes del mercado financiero fueron clasificados en 19 grupos. Inicialmente esta clasificación fue coherente con las particularidades de los agentes. De igual forma, la cercanía entre grupos representados por medio de celdas segmentadas, permiten ver la estrecha correlación existente entre agentes sistémicamente importantes.

CLASIFICACIÓN POR GRUPOS Y NÚMERO DE AGENTES

		Coordenada Columna				
		1	2	3	4	5
Coordenada fila	1	0	4	3	1	1
	2	2	0	0	0	2
	3	0	1	0	1	1
	4	1	0	0	3	1
	5	1	0	2	0	2
	6	0	12	13	2	1

Elaboración propia

Nota. Para su diferenciación se presentan los grupos a través de coordenadas (fila y columna). Por ejemplo el grupo (2,1) corresponde a la celda segmentada roja que agrupa a 2 entidades y el grupo (1,2) a la celda naranja que agrupa a 4 entidades.

La celda (2,1) agrupa a dos entidades, una cámara de compensación (CC2) y un banco comercial (Ban7). Ambas entidades cumplen dos roles importantes en el mercado financiero, en primer lugar están estrechamente interconectadas a los demás agentes a través del sistema de pagos posibilitando que la red transaccional se mantenga unida²², y al mismo tiempo son los mayores proveedores de liquidez del mercado, en 2013 ambas entidades concentraron el 61% de la liquidez provista a través del SIPAV. Bajo los criterios de 'conectividad' y 'sustitución' ambas entidades se constituyen en agentes sistémicamente importantes.

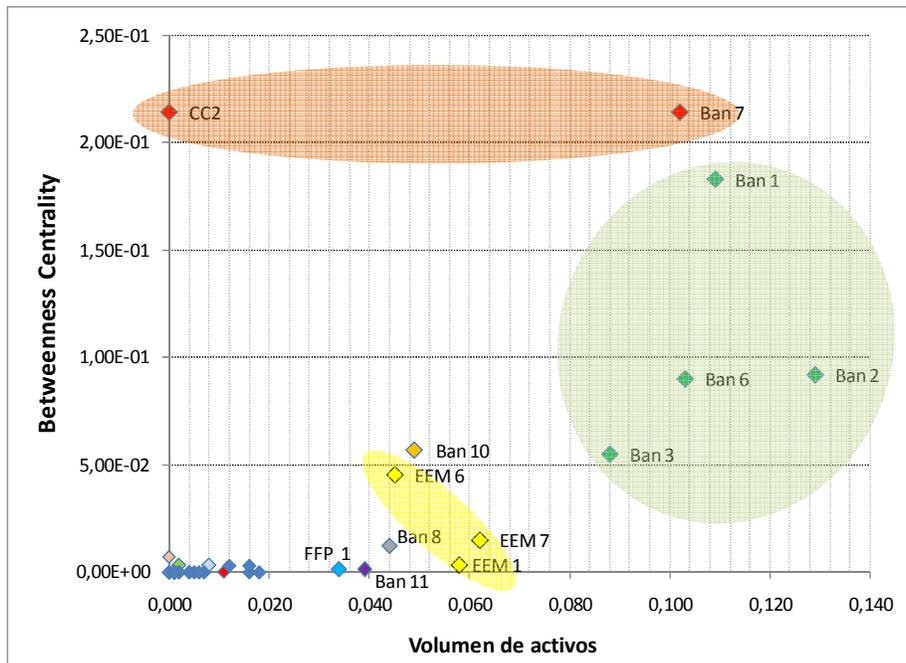
Asimismo, se identificó un segundo grupo (celda 1,2) conformado por cuatro bancos comerciales (Ban1, Ban2, Ban3 y Ban6), estos agentes son representativos puesto que concentran una importante proporción de los activos (aproximadamente 43% de la cartera de créditos a diciembre 2013). Estos agentes son sistémicamente importantes bajo el criterio de 'tamaño'. También se observa que este grupo está fuertemente correlacionado con el primero, es decir también juegan un papel importante en la red transaccional aunque no tan relevante como los agentes del primer grupo, lo cual sugiere que también deben ser analizados para el criterio de 'conectividad'.

²² Al posibilitar la liquidación de fondos por operaciones con cheques y órdenes electrónicas de transferencia de fondos entre entidades financieras, la cámara de compensación se conecta diariamente con entidades financieras. En tanto que el banco comercial concentra una importante proporción de transferencias interbancarias de fondos.

En la celda (1,3) se identificaron a tres EEM la cuales son preponderantes en cuanto al número de clientes, por tanto se constituirían en agentes sistémicamente importantes bajo el criterio de 'conurrencia'. También es posible observar que este grupo está correlacionado con el grupo anterior (celda 1,2) puesto que estas EEM también concentran un porcentaje importante (16%) de la cartera de créditos.

Finalmente en las celdas (6,2) y (6,3) se agruparon un número representativo de cooperativas y mutuales, la escasa correlación con los primeros grupos descritos sugiere que su importancia sistémica no es significativa para el mercado.

MAPA AUTO-ORGANIZADO: ENTIDADES E IMF DEL SISTEMA FINANCIERO BOLIVIANO



Elaboración propia

La clasificación de entidades sistémicamente importantes en Bolivia a través de mapas organizados arrojó elementos de análisis relevantes. Estos a su vez se constituyen en insumos para las instituciones de regulación y supervisión como ASFI y el BCB en su propósito de adoptar medidas para la gestión del riesgo sistémico.

En este sentido, la supervisión puede ampliar su alcance, de considerar únicamente la evaluación de los riesgos tradicionales (crédito, liquidez y mercado) de manera individual a partir de hojas de balance o las evaluaciones *in-situ*, también puede incorporar elementos de la aproximación macroprudencial. Es decir, criterios de ‘conectividad’ y ‘sustitución’, para lo cual se debe analizar información que generan los agentes por su interacción con las IMF.

Finalmente, el criterio de ‘conurrencia’ debe servir para establecer nuevas directrices regulatorias puesto que la caída de algunas EEM además de tener efectos económicos-financieros también podría tener implicaciones sociales.

VI. Consideraciones finales

Los mercados financieros han alcanzado un importante grado de complejidad, por ello los fundamentos de las crisis financieras han cambiado sustancialmente. Las interdependencias entre agentes e IMF, así como los servicios provistos en el mercado, son elementos que no pueden estar al margen del análisis del riesgo sistémico.

La aproximación macroprudencial ofrece una perspectiva más amplia para el análisis del riesgo sistémico que en relación a la aproximación microprudencial, no obstante, esta última no debe ser excluida, por el contrario debe constituirse en un elemento complementario .

A través de la conjunción de los criterios tamaño (*too big to fail*), conectividad (*too interconnected to fail*), sustitución (*too non substitutable to fail*) y conurrencia (*too crowded to fail*) es posible conformar un marco analítico integral para analizar el riesgo sistémico.

Los modelos econométricos y MEGDE tienen limitaciones para abstraer los elementos de la dinámica de los sistemas económicos y financieros actuales, lo cual a su vez abriría un espectro de posibilidades para la implementación de nuevas técnicas que ayuden a analizar el comportamiento de sistemas complejos y caóticos.

Entre los principales resultados de la clasificación de entidades sistémicamente importantes se destaca que, una cámara de compensación y un banco comercial cumplen dos roles importantes en el mercado financiero, en primer lugar hacen posible que la red transaccional se mantenga unida, al mismo tiempo son los mayores proveedores de

liquidez del mercado, por tanto, bajo los criterios de 'conectividad' y 'sustitución' ambas entidades son agentes sistémicamente importantes.

En segundo lugar cuatro bancos comerciales son representativos al concentrar una importante proporción de la cartera de créditos, estos se constituyen en agentes sistémicamente importantes bajo el criterio de 'tamaño'. También se observó una estrecha correlación con el primer, lo cual sugiere que también deben ser analizados para el criterio de 'conectividad'.

Bajo el criterio de 'conurrencia' tres EEM se constituyen en entidades sistémicamente importantes. Este criterio debe servir para establecer nuevas directrices regulatorias puesto que la caída de algunas EEM además de tener efectos económicos-financieros también podría tener implicaciones sociales.

La clasificación de entidades sistémicamente importantes en Bolivia a través de mapas organizados arrojó elementos de análisis relevantes. Estos a su vez se constituyen en insumos para las instituciones de regulación y supervisión como ASFI y el BCB en su propósito de adoptar medidas para la gestión del riesgo sistémico. En este sentido, la supervisión puede ampliar su alcance e incorporar criterios de 'conectividad' y 'sustitución'.

Referencias Bibliográficas

- Bank of International Settlements, (2004). "Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework", June.
- Bank of International Settlements, (2011). "Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems", June.
- Committee on Payment and Settlement Systems, (2001). "Core principles for systemically important payment systems", Bank of International Settlements.
- Committee on Payment and Settlement Systems, (2012). "Principles for financial market infrastructures", Bank of International Settlements.
- Barron, P. (2011). "El efecto del tamaño y la concentración del mercado bancario sobre el riesgo sistémico de la banca privada boliviana", Banco Central de Bolivia, Revista de Análisis Volumen N° 15.
- Basel Committee on Banking Supervision. (2012). "Models and tools for macroprudential analysis", Bank of International Settlements, Working Paper No. 21.
- Bech, M. and R. Garratt, (2006). "Illiquidity in the Interbank Payment System following Wide-Scale Disruptions", Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, no. 239, , March.
- Becher, Ch., S. Millard, K. Soramäki, (2008). "The network topology of CHAPS Sterling", Bank of England, Working Paper No. 355, November.
- Borio, C., (2003). "Towards a macroprudential framework for financial supervision and regulation?", BIS Working Papers No 128, February.
- Cáceres, J., R. Aldazosa, (2013). "Analizando el riesgo sistémico en Bolivia: una aplicación de modelos de topología de redes y simulación al funcionamiento del Sistema de Pagos de Alto Valor". Banco Central de Bolivia, Revista de Análisis N°18.
- Caicedo, E., J. Lopez, (2009). "Una aproximación práctica a las Redes Neuronales Artificiales". Universidad del Valle, Colombia.
- Castelao, S., S.Palmigiani, P. Lampes, (2013). "Riesgo Sistémico: una aproximación para el sistema bancario uruguayo", Banco Central del Uruguay, Documento de Trabajo 2012/001.
- Cepeda, F., (2008). "La topología de redes como herramienta de seguimiento en el Sistema de Pagos de Alto Valor en Colombia", Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía No 513.

- Chumacero, R., Langoni P. (2001). "Riesgo, tamaño y concentración en el sistema bancario chileno", Banco Central de Chile, Revista Economía Chilena Volumen 4 N°1.
- Craig, B., J. Dos Santos. (1997). "The Risk Effects of Bank Acquisitions." Economic Review 33(2), pp. 25-35.
- Inaoka, H., T. Ninomiya, K. Taniguchi, T. Shimizu, H. Takayasu, (2004). "Fractal Network derived from banking transaction – An analysis of network structures formed by financial institutions", Bank of Japan Working Paper Series No.04- E-04, April.
- International Monetary Fund, Bank for International Settlements, Financial Stability Board, (2009). "Guidance to assess the systemic importance of financial institutions, markets and instruments: initial considerations". Report to the G-20 Finance Ministers and Central Bank Governors.
- León, C., C.Machado, (2011). "Designing an expert knowledge-based systemic importance index for financial institutions", Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía No 669.
- Machado, C. L., C. León, M. Sarmiento, F. Cepeda, O. Chipatecua, J. Cely, (2010). "Riesgo sistémico y estabilidad del sistema de pagos de alto valor en Colombia: análisis bajo topología de redes y simulación de pagos", Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía No. 627.
- Soramäki, K., M. L. Bech, J. Arnold, R. J. Glass, W. E. Beyeler, (2006). "The Topology of Interbank Payment Flows", Federal Reserve Bank of New York Staff Reports no. 243, March.
- Villegas, M., (2012). "Identificación de entidades sistémicamente importantes en el mercado de liquidez interbancario boliviano", Banco Central de Bolivia, Documento de trabajo interno.

ANEXO A

Algoritmo de aprendizaje

1. En primer lugar se define la arquitectura de la red, N neuronas en la capa de entrada y un mapa de $M \times M$ neuronas en la capa de salida.
2. Se asigna a cada neurona un vector de pesos sinápticos μ_i , este debe tener la misma dimensión R^n del espacio de entrada. Los valores iniciales de μ_i son asignados aleatoriamente.
3. Se selecciona un vector de entrada X aleatoriamente, tal que pertenezca al conjunto de patrones de entrenamiento.
4. Debe calcularse una medida de similitud entre las entradas y los pesos de las conexiones. A través de la distancia euclidiana $D_j = \sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu_{ij})^2}$.
5. Se define las magnitudes de los parámetros de control $\sigma_o, \sigma_f, \alpha_o, \alpha_f$ y t_{max} .
6. Se modifican los pesos de la neurona i -ésima de acuerdo con:

$$\Delta\mu_i = \alpha(t)h_{ij}(t)(X - W_i)$$

donde:

$$\alpha(t) = \alpha_o \left(\frac{\alpha_f}{\alpha_o} \right)^{\frac{t}{t_{max}}}$$

$$h_{rs}(t) = e^{\left[\frac{-d(i,j)^2}{2\sigma(t)^2} \right]}$$

$$\sigma(t) = \sigma \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_o} \right)^{\frac{t}{t_{max}}}$$

7. La unidad de salida con μ_i más parecidos a X es la ganadora. El vector de pesos de la unidad ganadora W_{i^*} se convierte en el centro de un grupo de vectores cercanos a él.
8. Se incrementa el parámetro t
9. Si $t < t_{max}$ se retorna a la fase 3

