

Modelos no lineales para la predicción de indicadores adelantados del PIB con variables monetarias y fiscales *

Pablo Cachaga Herrera

Martin Vallejos Tarqui

RESUMEN

Este documento compara la capacidad predictiva de las variables monetarias y fiscales sobre la actividad económica de Bolivia, utilizando modelos de *machine learning* y TVP-VAR. Los resultados muestran ventajas complementarias: el *machine learning* destaca en contextos estables por su capacidad para captar relaciones no lineales, mientras que el TVP-VAR ofrece mayor precisión ante cambios estructurales. Además, el análisis de impulso-respuesta del modelo TVP-VAR indica que los choques monetarios impulsan el crecimiento inicialmente, mientras que los choques fiscales generan efectos positivos en el largo plazo. Se recomienda el uso combinado de ambos enfoques para mejorar las proyecciones económicas y respaldar la toma de decisiones en política económica.

Clasificación JEL: C3, E51, E62, O47

Palabras clave: Proyecciones del crecimiento económico, Machine Learning, modelo TVP-VAR

* El contenido del presente documento es de responsabilidad de los autores y no compromete la opinión del Banco Central de Bolivia.

Nonlinear models for predicting leading GDP indicators using monetary and fiscal variables *

Pablo Cachaga Herrera

Martin Vallejos Tarqui

ABSTRACT

This document compares the predictive capacity of monetary and fiscal variables on Bolivia's economic activity using Machine Learning and TVP-VAR models. The results show complementary advantages: Machine Learning stands out in stable contexts due to its ability to capture nonlinear relationships, while TVP-VAR offers greater accuracy in the face of structural changes. Additionally, the impulse-response analysis from the TVP-VAR model indicates that monetary shocks initially stimulate growth, while fiscal shocks generate positive effects in the long term. The combined use of both approaches is recommended to improve economic forecasts and support economic policy decision-making.

JEL Classification: C3, E51, E62, O47

Keywords: *Proyecciones del crecimiento económico, Machine Learning, modelo TVP-VAR*

* The content of this document is the responsibility of the authors and does not represent the opinion of the Central Bank of Bolivia.

I. Introducción

La predicción de la evolución futura del crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) es una preocupación central para las autoridades y los hacedores de política económica. Los pronósticos se realizan, típicamente, a partir de modelos basados en la teoría económica o de modelos de series temporales lineales. No obstante, aunque un modelo de series temporales puede ser útil como punto de referencia para evaluar el valor agregado de la teoría económica en comparación con el poder explicativo del comportamiento pasado de la variable, los avances recientes en el análisis de series temporales indican que, enfoques más sofisticados, incluidos los modelos no lineales, podrían ofrecer predicciones más precisas para la proyección de variables económicas. En particular, dado que el PIB no sigue un comportamiento lineal, los modelos no lineales se convierten en una herramienta esencial para realizar pronósticos más ajustados a la realidad económica.

La implementación de modelos no lineales en la predicción del crecimiento del PIB ofrece diversas ventajas. En particular, los avances recientes en el campo del *Machine Learning* han abierto nuevas oportunidades para mejorar la precisión de los pronósticos económicos. En este documento, se estima, por un lado, un modelo de *Machine Learning*, el cual permite identificar patrones no lineales complejos y adaptarse de manera flexible a las dinámicas cambiantes de la economía. Además, se examina el modelo TVP-VAR (Time-Varying Parameter Vector Autoregressive), que permite que los parámetros del modelo varíen a lo largo del tiempo, lo cual lo hace especialmente adecuado para capturar las dinámicas no lineales y la variabilidad estructural que caracteriza al crecimiento del PIB. De esta forma, se busca evaluar si estos enfoques avanzados ofrecen mejoras significativas en términos de precisión y robustez en los pronósticos del crecimiento del PIB para Bolivia.

Luego de esta breve introducción, el documento se divide en cuatro partes: en la sección dos se presenta una revisión de la literatura existente; en la sección tres se expone las metodologías que se desarrollarán a lo largo del trabajo; en la sección cuatro se muestran los principales resultados obtenidos; y, finalmente, en la sección cinco se ofrecen algunas conclusiones y recomendaciones basadas en los hallazgos del estudio.

II. Revisión de la literatura

La literatura existente arguye que la mayoría de los indicadores económicos presentan un comportamiento caracterizado por alta volatilidad que cambia con el tiempo, debido a que se producen transformaciones de regímenes que implican ajustes en la política económica. Según la Crítica de Lucas (Lucas, 1976), los agentes económicos racionales consideran estos cambios estructurales al momento de la toma de decisiones. Esto sugiere que los modelos macroeconómicos, tales como vectores autorregresivos, no pueden asumir que los parámetros permanezcan constantes a lo largo del tiempo ya que los cambios estructurales en la economía exigen una adaptación continua de dichos parámetros para reflejar con precisión las dinámicas económicas.

En este contexto, los modelos de vectores autorregresivos con parámetros variables (TVP-VAR, por sus siglas en inglés) se han consolidado como una herramienta clave para el análisis estructural y la predicción de los principales indicadores macroeconómicos. Entre los primeros trabajos en utilizar modelos VAR con parámetros variables son los de (Cogley & Sargent, *Evolving Post-World War II US Inflation Dynamics*, 2002), Cogley y Sargent (2005) y (Cogley & Sbordone, *Trend Inflation, Indexation, and Inflation Persistence in the New Keynesian Phillips Curve*, 2008) quienes analizan los posibles cambios en la dinámica de la tasa de inflación de EE. UU. Por su parte, (D'Agostino, Gambetti, & Giannone, 2013) arguyen que los modelos TVP-VAR proporcionan pronósticos más precisos de la inflación y la tasa de desempleo de EE. UU. que los VAR de coeficiente fijo.

Entre los principales trabajos que analizan la relación entre las variables monetarias y la actividad económica son (Friedman y Schwartz, 1971), quienes señalan que la evolución de la oferta monetaria en Estados Unidos, desde finales del siglo XIX hasta mediados del siglo XX, ha tenido un impacto profundo y duradero en la economía del país. Los autores argumentan que las fluctuaciones en la cantidad de dinero disponible en la economía han sido un factor crucial para explicar las grandes crisis económicas como la Gran Depresión de 1929. Por su parte, Baumgartner *et al.*, 1997 señalan qué agregados monetarios permiten prever, con cierta anticipación, cambios en la actividad económica y ajustar la política monetaria de manera preventiva. En este contexto, la utilización de

indicadores monetarios para efectuar predicciones del PIB constituiría un aporte valioso y estratégico para la economía boliviana. Al anticipar las tendencias económicas a través del análisis de la oferta monetaria, se podría mejorar la precisión en la formulación de políticas económicas. Esto permitiría una gestión económica más proactiva y eficiente, contribuyendo a la estabilidad y al crecimiento sostenido del país.

De similar forma, Benos (2004) identifica un impacto no lineal de los impuestos distorsionantes sobre el crecimiento económico. Sin embargo, la forma de esta no linealidad resulta sensible al método de estimación utilizado. En ocasiones se observa una relación con forma de joroba, mientras que en otras predomina una curva en forma de U. Además, el análisis destaca que el superávit presupuestario ejerce un efecto positivo y significativo sobre el crecimiento económico. Por su parte, Rant et al. (2024) analizan cómo los *shocks* fiscales afectan la evolución del PIB en distintos horizontes temporales, evidenciando que las políticas fiscales tienen efectos significativos pero temporales sobre la actividad económica. Además, identifica que ciertas variables fiscales actúan como indicadores adelantados útiles para mejorar la precisión de las proyecciones macroeconómicas. Estos hallazgos sugieren que incorporar variables fiscales en modelos VAR enriquece el análisis económico y facilita una toma de decisiones más informada, especialmente en contextos de incertidumbre o cambios estructurales, resaltando la importancia de entender la interacción dinámica entre las políticas fiscales y la economía real para diseñar medidas más efectivas.

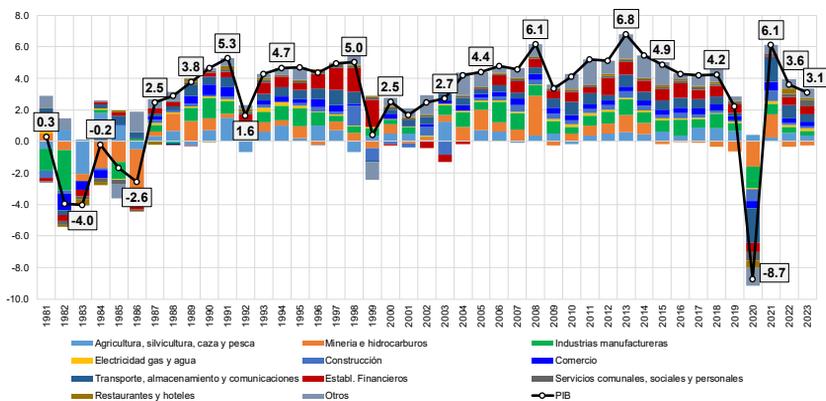
III. Metodología y análisis de datos

III.1. Datos

Entre 1980 y 2023, el crecimiento del PIB mostró un comportamiento dinámico. Durante la década de los 80, casi todos los sectores experimentaron tasas negativas debido al aumento insostenible de los precios (hiperinflación), lo que afectó negativamente al producto total. Sin embargo, en los años 90, como resultado de los ajustes estructurales implementados bajo la Nueva Política Económica, se produjo una recuperación de la actividad económica, destacándose principalmente el sector industrial.

Durante los primeros cinco años de la década de 2000, la economía experimentó una desaceleración atribuida, principalmente, a problemas sociales y a un contexto internacional desafiante. Sin embargo, a partir de 2006 todos los sectores comenzaron a contribuir positivamente a la actividad económica, destacando especialmente los sectores de minería e hidrocarburos. Esto se debió tanto al entorno internacional favorable como a las políticas de renegociación de contratos de exploración y explotación de hidrocarburos, en el marco de la Ley N° 3058 del 25 de mayo de 2005.

Gráfico 1: TASA DE CRECIMIENTO DEL PRODUCTO INTERNO BRUTO, 1981 – 2023 (En porcentaje)



Fuente: Elaboración propia con datos del Instituto Nacional de Estadísticas

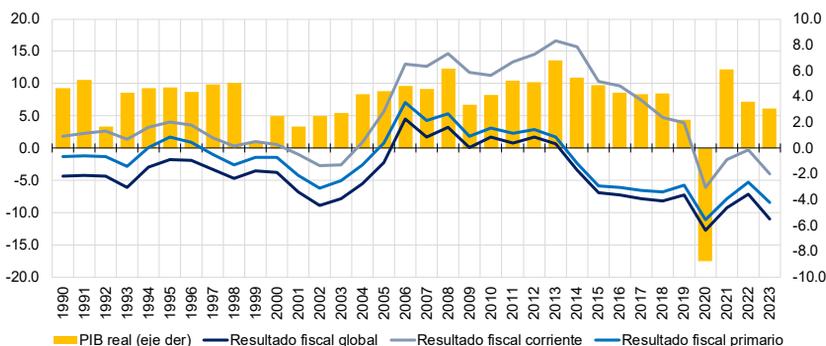
Después de la crisis sanitaria del COVID-19, la mayoría de los sectores no lograron una recuperación plena. Por otro lado, el sector de hidrocarburos experimentó una incidencia negativa debido a la disminución en la producción de los campos hidrocarburíferos. Estos factores representan un desafío significativo para la predicción de la actividad económica en la coyuntura actual, ya que la incertidumbre sobre la recuperación de los sectores afectados por la crisis sanitaria y la falta de estabilidad en el sector de hidrocarburos dificultan la formulación de proyecciones confiables.

Desde 2006, en el marco del Modelo Económico Social Comunitario Productivo (MESCP), el sector público ha desempeñado un papel

fundamental en la economía, implementando una política fiscal expansionista orientada a estimular la actividad económica. Esta estrategia ha estado centrada en un aumento significativo de la inversión pública en sectores estratégicos (producción, infraestructura, social y multisectorial) con el objetivo de impulsar la demanda interna y disminuir la dependencia de las importaciones. En este contexto, el resultado del balance global del sector público registró déficits desde la gestión 2014 explicado por mayor gasto de capital ya que el resultado corriente registraba superávits.

En este contexto, aunque el resultado corriente del sector público mostraba superávits, el aumento en las inversiones públicas y la asignación de recursos para proyectos de infraestructura y desarrollo estratégico generaron un desajuste fiscal, manifestándose en los déficits globales desde 2014. Este comportamiento refleja una estrategia de gasto orientada a la inversión a largo plazo que, si bien puede ser necesaria para el impulso del crecimiento y la mejora de la infraestructura, también plantea riesgos en términos de sostenibilidad fiscal si no se controla adecuadamente el nivel de endeudamiento o no se generan los ingresos suficientes para financiar estos gastos.

Gráfico 2: CRECIMIENTO ECONÓMICO Y BALANCE FISCAL
(En tasa de crecimiento y en porcentaje del PIB)



Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Economía y Finanzas Públicas

Dada la relevancia del sector público en la economía, las variables fiscales se configuran como un instrumento esencial para realizar proyecciones de la actividad económica, ya que permiten evaluar de manera más exacta el impacto de las políticas públicas en el crecimiento económico. La

capacidad del Estado para ajustar su política fiscal a través de cambios en los impuestos, el gasto público y la inversión en sectores estratégicos, incide directamente en el desempeño de la actividad económica. Estos ajustes no solo afectan el corto plazo, sino que también influyen en la trayectoria a largo plazo de la economía.

En este contexto, se puede asumir que existe una relación estrecha entre la recaudación tributaria y el crecimiento económico. En términos generales, el crecimiento de una economía se refleja en un aumento en los ingresos monetarios tanto de individuos como de empresas, lo que, a su vez, incrementa la base imponible y puede generar una mayor recaudación tributaria. En este contexto, impuestos como la renta aduanera, renta interna y el impuesto al valor agregado tienden a crecer proporcionalmente con la expansión económica.

Sin embargo, esta relación podría ser no es lineal, ya que la capacidad de recaudación también depende de factores como la eficiencia del sistema tributario, la estructura impositiva vigente y el cumplimiento fiscal. Además, una mayor recaudación tributaria contribuye al financiamiento de políticas públicas y a la inversión en infraestructura, lo que podría potenciar aún más el crecimiento económico.

Por otro lado, la oferta monetaria también desempeña un papel crucial en el crecimiento económico al incidir directamente sobre la demanda agregada, el consumo y la inversión. Un incremento moderado de la oferta monetaria puede estimular el crecimiento económico al facilitar el acceso al crédito y fomentar el gasto tanto de consumidores como de empresas. Sin embargo, un aumento desmesurado de la oferta monetaria puede generar presiones inflacionarias, lo que podría llevar a una pérdida del poder adquisitivo y a una desaceleración de la actividad económica, afectando negativamente tanto la confianza del consumidor como las decisiones de inversión. Por lo tanto, el equilibrio en la gestión de la oferta monetaria es fundamental para sustentar un crecimiento económico sostenido y estable.

La teoría sugiere que, en un escenario ideal donde la velocidad del dinero es constante, el crecimiento de la oferta monetaria debe coincidir con la suma de la inflación y el crecimiento del PIB real.

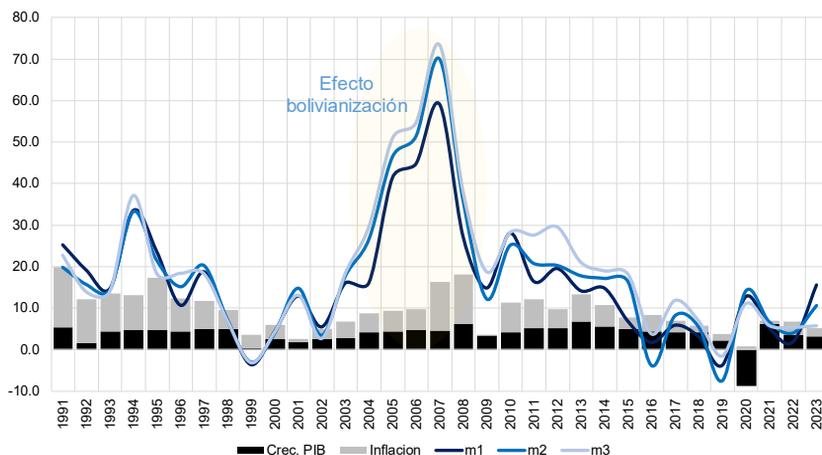
$$MV = PY$$

donde M representa la oferta monetaria, V velocidad de dinero, P nivel de precios y Y es el nivel de la producción. Aplicando logaritmos y considerando que la velocidad del dinero es constante, podemos reescribir la ecuación de intercambio de la siguiente forma:

$$\Delta m_t = \Delta gdp_t + \Delta_t$$

Este modelo es importante para comprender los efectos de la política monetaria sobre la economía, pero debe ser considerado con precaución, ya que en la práctica pueden intervenir múltiples factores que afectan la inflación y el crecimiento económico. Por ejemplo, en la práctica, factores como la preferencia por efectivo ante la incertidumbre económica o las expectativas especulativas sobre el tipo de cambio pueden generar impacto inmediato de un aumento en la oferta monetaria sobre la inflación. Esto es especialmente relevante cuando el crecimiento de la oferta monetaria supera al del producto, ya que tales factores pueden aumentar la demanda de efectivo por parte de la población, lo que a su vez podría generar presiones inflacionarias adicionales.

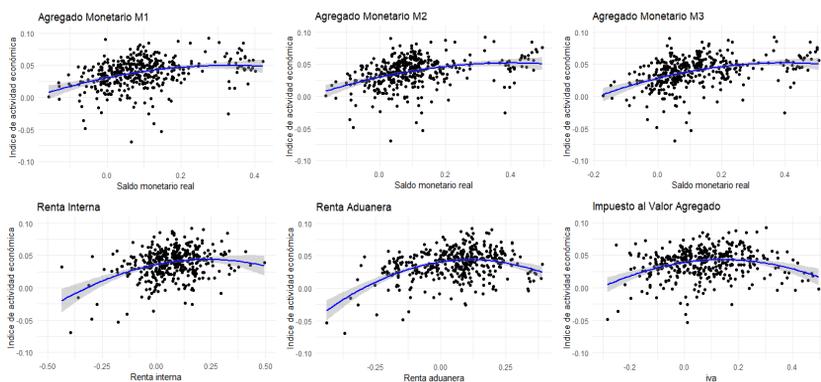
Gráfico 3: TASA DE CRECIMIENTO ECONÓMICO, INFLACIÓN Y VARIABLES MONETARIAS (En porcentaje)



Fuente: Elaboración propia con datos del Instituto Nacional de Estadísticas y Banco Central de Bolivia

El Gráfico 4 revela una correlación positiva entre el crecimiento económico, los saldos monetarios reales y las variables fiscales. Esta relación sugiere que un aumento en la oferta monetaria impulsa la producción, dado que un mayor volumen de dinero en circulación tiende a estimular la actividad económica. Sin embargo, el análisis muestra que un incremento excesivo de los saldos monetarios reales podría tener un efecto adverso, desacelerando la economía, lo que sugiere una relación de tipo no lineal en la que los efectos no son proporcionales ni constantes. Por otro lado, la correlación entre la actividad económica y las variables fiscales tampoco sigue una tendencia lineal. Esto implica que el impacto de las políticas fiscales sobre el crecimiento económico varía según el nivel de actividad, lo que sugiere que tanto el gasto público como la carga tributaria pueden tener efectos dispares en función de la fase del ciclo económico en que se encuentren.

Gráfico 4: DIAGRAMA DE DISPERSIÓN



Fuente: Elaboración propia

III.2. Machine learning

III.2.1. Random Forest

El algoritmo *Random Forest* es un modelo de aprendizaje supervisado basado en árboles de decisión, propuesto por Breiman (2001), que se ha consolidado como una herramienta robusta para la predicción en contextos no lineales y de alta dimensionalidad. Su aplicabilidad en problemas económicos y financieros ha crecido exponencialmente debido

a su capacidad para capturar relaciones complejas entre variables y mitigar el sobreajuste característico de los modelos de árboles individuales.

Random Forest construye un conjunto (o bosque) de árboles de decisión entrenados sobre distintas muestras del conjunto de datos mediante la técnica de *bootstrap aggregating* o *bagging*. Para cada árbol, además de utilizar una muestra aleatoria con reemplazo, se selecciona aleatoriamente un subconjunto de variables predictoras en cada partición del árbol, lo cual introduce diversidad en el modelo y reduce la correlación entre árboles individuales (Hastie et al., 2009).

Matemáticamente, sea $D = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ el conjunto de entrenamiento, donde $x_i \in \mathbb{R}^p$ son los predictores (variables monetarias y fiscales en este estudio), e $y_i \in \mathbb{R}$ es la variable objetivo (indicador adelantado del PIB). Cada árbol T_b del bosque es entrenado sobre una muestra D_b de tamaño N con reemplazo, y el conjunto total de árboles $\{T_1, \dots, T_B\}$ produce una predicción agregada:

$$\hat{f}_{RF}(x) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B T_b(x)$$

En tareas de regresión, esta agregación se realiza mediante el promedio de las predicciones de todos los árboles.

En el contexto macroeconómico, *Random Forest* permite modelar relaciones no lineales entre los agregados fiscales (como gasto público, impuestos) y monetarios (como tasas de interés, crecimiento del crédito, M2) con indicadores adelantados del PIB, sin requerir una especificación funcional *a priori*. Esta flexibilidad es particularmente valiosa en entornos caracterizados por alta incertidumbre estructural y relaciones dinámicas complejas.

Además, *Random Forest* ofrece medidas internas de importancia de variables, que pueden ser utilizadas para identificar los determinantes más relevantes de la actividad económica, lo que añade valor interpretativo al enfoque no paramétrico (Bhadury et al., 2021).

Las ventajas de este modelo radican en el manejo robusto de la multicolinealidad, muy buena capacidad para capturar efectos de

interacción y no linealidades, además de tener una baja varianza en comparación con modelos de árboles individuales y tienen resistencia al sobreajuste, especialmente con un número adecuado de árboles. Sin embargo, también tiene sus desventajas ya que en algunos casos tienen menor interpretabilidad en comparación con modelos paramétricos tradicionales y mayor carga computacional, especialmente en presencia de grandes conjuntos de datos.

III.2.2. Modelo TVP-VAR

En esta sección se presenta el modelo TVP-VAR en línea con Primiceri (2005), Justiniano y Primiceri (2008), Del Negro y Primiceri (2015), Chan (2023), entre otros, que permite capturar los cambios en las relaciones entre variables a lo largo del tiempo. Esta capacidad lo convierte en una herramienta especialmente útil para el análisis de políticas económicas y para la predicción del crecimiento económico, sobre todo en contextos de cambios estructurales. El modelo TVP-VAR se puede representar de la siguiente forma:

$$A_t y_t = b_t + B_{1,t} y_{t-1} + \dots + B_{p,t} y_{t-p} + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim \mathcal{N}(0, \Omega_t) \quad (1)$$

donde y_t es el vector $n \times 1$ de variables endógenas, b_t representa el vector $n \times 1$ de interceptos que varían en el tiempo, $B_{1,t} \dots B_{p,t}$ es una matriz de tamaño $n \times n$ de los parámetros variables en el tiempo, A_t representa una matriz triangular inferior $n \times n$ con valores unos en el diagonal, ε_t^y son shocks no observables heterocedásticos con una matriz de varianza-covarianza $\Omega_t = \text{diag}(\exp(h_{1,t}), \dots, \exp(h_{n,t}))^1$. Considerando que $b_{i,t}$ es el elemento i -ésimo de b_t y $B_{i,j,t}$ es la i -ésima fila de $B_{j,t}$, el parámetro variante del modelo VAR de la ecuación i -ésima se podrá expresar de la siguiente forma $\beta_{i,t} = (b_{i,t}, B_{i,1,t}, \dots, B_{i,p,t})$. Efectuando algunas operaciones algebraicas, la ecuación 1 se representa de la siguiente forma:

1 La matriz triangular de Ω_t viene definida por: $A_t \Omega_t A_t' = \Sigma_t \Sigma_t'$, donde A_t es una matriz triangular inferior:

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_{21,t} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ \alpha_{n1,t} & \dots & \alpha_{nn-1,t} & 1 \end{pmatrix}$$

y la matriz diagonal Ω_t está definido por:

$$\Omega_t = \begin{pmatrix} \sigma_{1,t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{2,t} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_{n,t} \end{pmatrix}$$

$$y_t = X_t' B_t + A_t^{-1} \Omega_t \varepsilon_t$$

$$X_t' = I_n \otimes [1, y_{t-1}', \dots, y_{t-k}'] \tag{2}$$

donde el símbolo \otimes denota el producto de Kroneker. En línea con Cogley (2001), y Cogley y Sargent (2005), es fundamental que la innovación i -ésima de la matriz A_t tenga un efecto variante sobre la j -ésima variable X_t' en el tiempo. Asimismo, los componentes de A_t se consideran como diferentes a cero y a la unidad. La dinámica de los parámetros del modelo que varían en el tiempo se especifica de la siguiente forma:

$$B_t = B_{t-1} + v_t \tag{3}$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + \zeta_t \tag{4}$$

$$\log(\sigma_t) = \log(\sigma_{t-1}) + \eta_t \tag{5}$$

Los elementos de B_t y α_t siguen un proceso de caminata aleatoria, mientras que la desviación estándar de los elementos del σ_t evoluciona como una caminata aleatoria geométrica (volatilidad estocástica). Se asume que todas las innovaciones en el modelo están conjuntamente distribuidas de manera normal asumiendo la siguiente matriz de varianza-covarianza:

$$Var \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ v_t \\ \zeta_t \\ \eta_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix} \tag{6}$$

en la ecuación 6, se asume que los coeficientes de las relaciones contemporáneas entre las variables evolucionan de manera independiente en cada ecuación. Aunque no es crucial, esta suposición simplifica la inferencia y aumenta la eficiencia del algoritmo de estimación, (Shephard, 1994 y Uhlig, 1997). La simulación de los resultados se efectúa mediante la inferencia bayesiana, por ende, la inicialización de la secuencia de la distribución *a priori* de B_t esta dada por: $p(\beta_0) \sim \mathcal{N}(\beta_0, Q_0)$. La simulación *a posteriori* de los parámetros, se efectúa mediante la simulación de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) y los estados latentes se ejecutan con filtro de Kalman.

IV. Resultados

IV.1. Resultados del modelo *Random Forest*

Para la estimación del modelo de *Random Forest*, se emplearon 34 variables mensuales de naturaleza monetaria y cambiaria, utilizando el Índice Global de la Actividad Económica (IGAE) como variable dependiente (ver Apéndice A). La muestra abarca el período comprendido entre junio de 2000 y diciembre de 2023.

Como parte del pre procesamiento, las variables nominales fueron convertidas a términos reales mediante la deflactación con el Índice de Precios al Consumidor (IPC), permitiendo así un análisis ajustado por inflación. Posteriormente, se calcularon las tasas de crecimiento interanuales para cada variable, con el objetivo de capturar tendencias y fluctuaciones relativas a lo largo del tiempo. Esta transformación también contribuye a la estabilización de las series y a la mejora del desempeño predictivo del modelo.

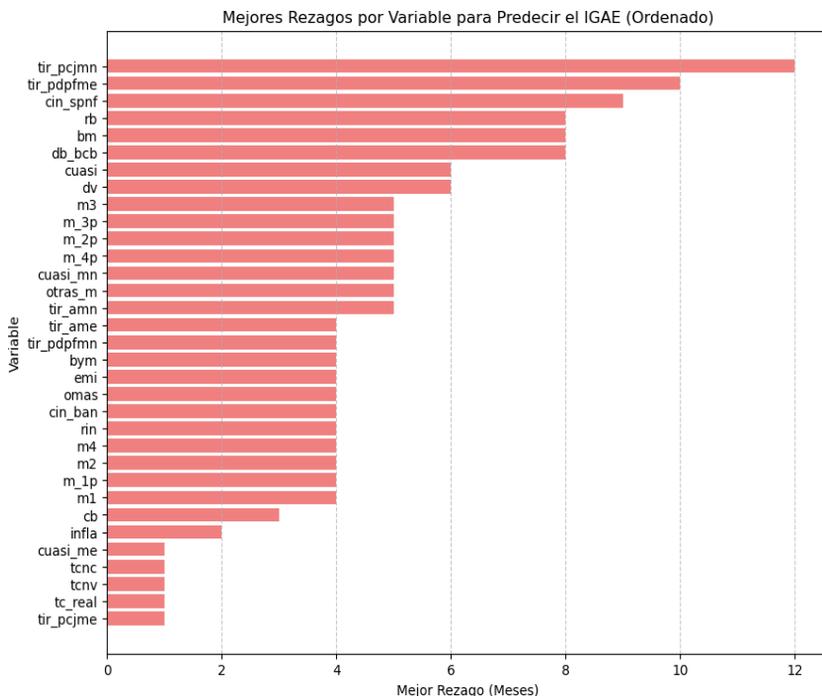
El Gráfico 5 muestra los mejores rezagos, en meses, para diferentes variables macroeconómicas en relación con su capacidad predictiva de los indicadores adelantados del PIB. Destaca que la tasa de interés real pasiva de cajas de ahorro en moneda nacional (*tir_pjmn*) y la tasa de interés real pasiva de depósitos a plazo fijo en moneda extranjera (*tir_ppdfpme*) presentan los mayores rezagos óptimos, alcanzando hasta 12 meses. Estas variables reflejan con mayor sensibilidad las expectativas de los agentes económicos y las condiciones del mercado crediticio (Bernanke y Blinder, 1992 y Mishkin, 1996).

Asimismo, variables monetarias como la base monetaria (*bm*), los depósitos bancarios en el Banco Central de Bolivia (*db_bcb*) y los agregados monetarios (*m3*, *m2*) muestran rezagos entre 6 y 8 meses, lo que sugiere una relación anticipada con la evolución del PIB. Este comportamiento podría estar asociado a la dinámica de liquidez y la respuesta de la política monetaria (Friedman, 1968 y Taylor, 1993).

En contraste, indicadores como el tipo de cambio real y nominal de venta (*tc_real*, *tc_nv*) y la inflación (*infla*) exhiben rezagos más reducidos, lo que implica una menor capacidad predictiva a largo plazo. Estos resultados

subrayan la importancia de seleccionar cuidadosamente los rezagos en modelos de predicción, considerando la naturaleza y la temporalidad de cada variable en el contexto de análisis macroeconómico (Stock y Watson, 2003), (ver Apéndice B).

Gráfico 5: MEJORES REZAGOS POR VARIABLE PARA PREDECIR EL IGAE



Fuente: Elaboración propia

Para la estimación del IGAE se empleó un muestreo con reemplazo para mejorar la estabilidad del modelo y se utilizó el error cuadrático medio como criterio de pérdida, adecuado para problemas de regresión. La profundidad de los árboles no tuvo restricciones, permitiendo una mayor capacidad de captura de relaciones complejas. El modelo incluyó 100 árboles de decisión, equilibrando precisión y tiempo de cómputo. Para las divisiones y creación de hojas, se establecieron valores mínimos de una muestra por hoja y dos muestras por división. Además, se consideraron

todos los atributos disponibles en cada división, maximizando la identificación de patrones. Finalmente, para garantizar la reproducibilidad, se fijó una semilla aleatoria (42) y no se aplicó poda de complejidad posterior.

En el Gráfico 6 se observa un ajuste razonablemente preciso durante la mayor parte del período analizado (2000-2023), con la línea roja de predicción siguiendo de cerca la trayectoria de la serie observada (línea azul). La capacidad del modelo para capturar las fluctuaciones cíclicas y tendencias de la actividad económica sugiere que las variables monetarias y cambiarias incluidas poseen un significativo poder explicativo. Esto coincide con estudios previos que destacan la efectividad de los modelos de Machine Learning en la predicción de indicadores macroeconómicos, especialmente en presencia de relaciones no lineales y complejas (Medeiros *et al.*, 2021 y Varian, 2014).

Sin embargo, se evidencia una discrepancia más pronunciada durante eventos de alta volatilidad, como la crisis financiera global de 2008-2009 y el impacto económico de la pandemia de COVID-19 en 2020. En estos casos, aunque el modelo logra capturar la dirección general de los cambios, no refleja con total exactitud las magnitudes extremas. Este fenómeno es característico de modelos de Machine Learning que, si bien son robustos en la predicción de comportamientos regulares, tienden a subestimar o sobrestimar eventos extremos (Chakraborty y Joseph, 2017).

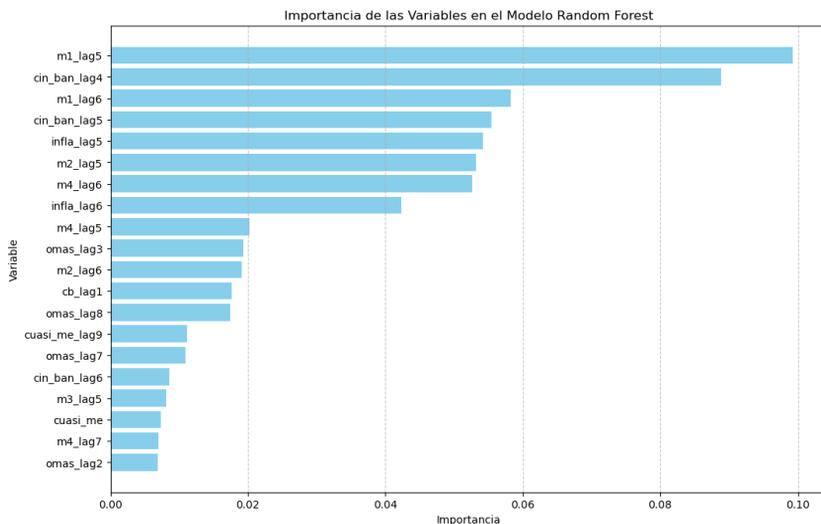
Estos resultados resaltan la importancia de complementar el análisis con otros enfoques, como modelos estructurales o de simulación, para mejorar la interpretación económica en escenarios de crisis. Además, la incorporación de variables adicionales, como indicadores de incertidumbre o variables exógenas de eventos globales, podría fortalecer la capacidad predictiva del modelo.

**Gráfico 6: TASA DE CRECIMIENTO DEL IGAE OBSERVADO
 Y PREDICHO CON MODELO RANDOM FOREST
 (En porcentaje)**



Fuente: Elaboración propia

El análisis de la importancia de las variables en el modelo *Random Forest* revela que los agregados monetarios ($m1$ y $m2$) y el crédito bancario (cin_ban) con rezagos de 4 a 6 meses tienen una influencia significativa en el IGAE. Esto es consistente con la teoría económica, que establece que la liquidez y el crédito impulsan el consumo y la inversión, reflejándose en la actividad económica con cierto desfase temporal (Friedman, 1987 y Bernanke y Gertler, 1989). Asimismo, la inflación pasada (Infla) también muestra una alta relevancia, lo que sugiere que las expectativas inflacionarias impactan en las decisiones económicas (Taylor, 1993 y Svensson, 1997). La predominancia de estos rezagos indica que el modelo captura eficazmente las dinámicas no lineales del sistema económico, proporcionando una herramienta valiosa para proyecciones a corto plazo y para evaluar el impacto de decisiones de política monetaria (Stock y Watson, 2002 y (Diebold F. X., 2015).

Gráfico 7: IMPORTANCIA DE LAS VARIABLES EN EL MODELO RANDOM FOREST

Fuente: Elaboración propia

IV.2. Resultados del modelo Random Forest para las variables fiscales

En este caso, para la estimación del modelo Random Forest, se emplearon 36 variables relacionadas al sector fiscal con frecuencia mensual, utilizando como variable dependiente el IGAE (ver Apéndice A). La muestra abarca el período comprendido entre enero de 2000 y diciembre de 2023.

Durante el pre procesamiento, las series nominales fueron transformadas a términos reales mediante su deflactación con el IPC. Posteriormente, se calcularon las tasas de crecimiento interanual, con el fin de capturar dinámicas relativas y estabilizar las series temporales, mejorando así la capacidad predictiva del modelo.

El Gráfico 5 presenta los mejores rezagos (en meses) de cada variable explicativa, de acuerdo con su importancia en la predicción del IGAE. Entre las variables fiscales, destacan:

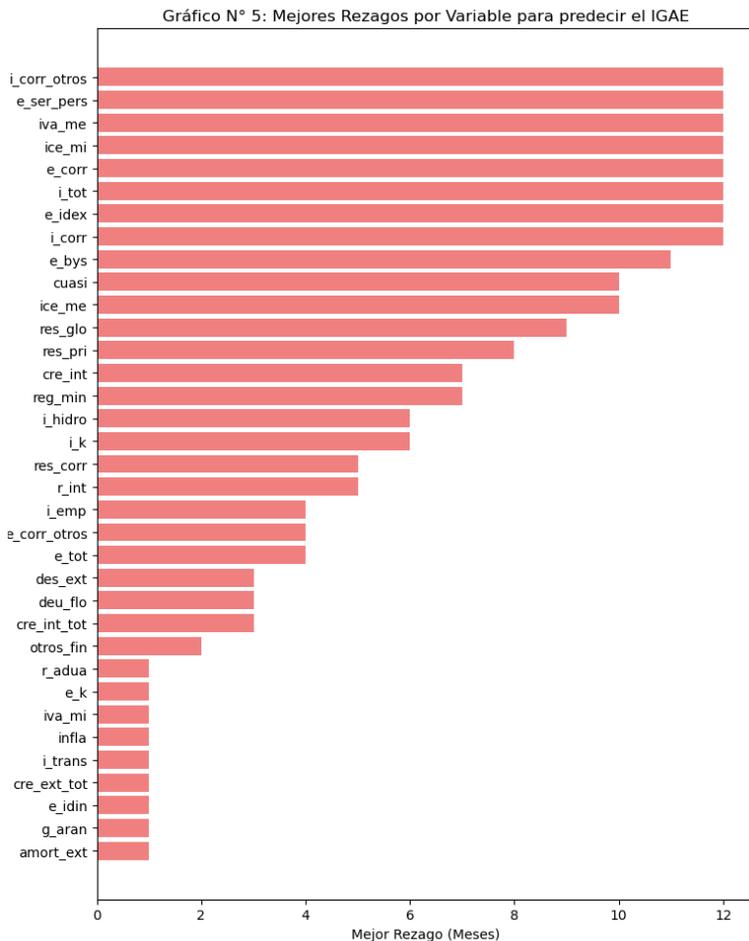
- Ingresos tributarios como el IVA Mercado Interno (*iva_mi*), el ICE Mercado Interno (*ice_mi*) y el IVA Mercado Externo (*iva_me*), cuyos

rezagos óptimos varían entre 8 y 10 meses. Estos ingresos reflejan la actividad económica del sector formal y están correlacionados con los ciclos del consumo interno y externo (Tanzi y Zee, 2000).

- Egresos corrientes del sector público (*e_corr*) y servicios personales (*e_ser_pers*) también presentan altos rezagos predictivos. Estas variables son indicativas del gasto público y reflejan el impulso fiscal sobre la demanda agregada con un retardo estructural.
- El comportamiento de los resultados fiscales (*res_glo*, *res_corr* y *res_pri*), aunque con rezagos intermedios (5-6 meses), también aporta información valiosa sobre las condiciones de sostenibilidad macroeconómica y el espacio fiscal disponible (Blanchard, 1990).
- Créditos internos y externos netos al sector público (*cre_int*, *cre_ext_tot*) y variables de deuda pública como desembolsos externos (*des_ext*) y amortizaciones (*amort_ext*) reflejan la financiación del déficit fiscal y su posible impacto sobre la inversión y la liquidez en la economía.

Estos resultados son consistentes con la literatura sobre el efecto rezagado de la política fiscal en la actividad económica, destacando que los impulsos fiscales no son inmediatos y dependen de la eficiencia del gasto, el tipo de financiamiento y la sensibilidad de la inversión y el consumo privado (Auerbach y Gorodnichenko, 2012 y Ilzetzki *et al.*, 2013).

En contraste, la inflación presenta rezagos más cortos, indicando una menor capacidad predictiva en el largo plazo. Este hallazgo sugiere que las variables fiscales estructurales tienen una mayor capacidad anticipatoria sobre la dinámica del PIB (ver Apéndice B).

Gráfico 8: MEJORES REZAGOS POR VARIABLE PARA PREDECIR EL IGAE

Fuente: Elaboración propia

Para la estimación del IGAE mediante *Random Forest*, se utilizaron exclusivamente variables fiscales con frecuencia mensual, entre las cuales se incluyen ingresos tributarios reales, egresos corrientes y de capital, resultados fiscales, financiamiento interno y externo, y amortizaciones de deuda pública, transformadas en tasas de crecimiento interanual

deflactadas por el IPC. Esta transformación permitió trabajar con series estacionarias y comparables, mejorando la capacidad predictiva del modelo.

Se generaron rezagos de hasta 12 meses para cada variable fiscal, lo que permitió capturar los efectos diferidos de la política fiscal sobre la actividad económica, en línea con la literatura sobre multiplicadores fiscales y rezagos de implementación (Auerbach y Gorodnichenko, 2012). Los rezagos fueron tratados como atributos independientes dentro del modelo, lo que permitió al algoritmo seleccionar aquellos con mayor relevancia de forma automática.

El modelo fue entrenado con 100 árboles de decisión, sin restricción en la profundidad, lo que otorgó una elevada capacidad para modelar relaciones no lineales y estructuras de interacción complejas entre las variables fiscales. Se empleó muestreo con reemplazo (*bootstrap*) en cada iteración, lo que mejoró la robustez del estimador y redujo la varianza.

Para la división de nodos y creación de hojas, se fijaron como parámetros mínimos una muestra por hoja y dos muestras por nodo de división, lo que garantiza que cada árbol explore suficientes combinaciones de variables sin sobre ajustarse. En cada división del árbol, se consideraron todos los predictores disponibles, lo que maximiza la capacidad de detección de patrones relevantes entre las variables fiscales. Se fijó una semilla aleatoria de 42 para garantizar la reproducibilidad de los resultados. No se aplicó poda posterior de complejidad, permitiendo que cada árbol explorara libremente todas las posibles ramificaciones en función de los criterios de división interna.

El Gráfico 6 presenta la comparación entre el IGAE observado y el IGAE predicho a partir del modelo *Random Forest* estimado con 36 variables fiscales transformadas en tasas de crecimiento real interanual. El modelo fue entrenado sobre la muestra mensual comprendida entre enero de 2000 y diciembre de 2023, aplicando rezagos de hasta 12 meses en cada variable explicativa, seleccionados según su capacidad predictiva óptima.

El ajuste observado es notoriamente robusto. El modelo logra replicar con alta fidelidad la trayectoria del IGAE durante la mayor parte del periodo analizado, en particular en las fases de expansión sostenida (2004–2014)

y de moderada desaceleración (2015–2019). Este buen desempeño se atribuye a la incorporación de variables fiscales con fuerte capacidad explicativa, como los ingresos tributarios reales, egresos corrientes del gobierno, y resultados fiscales acumulados, los cuales reflejan adecuadamente las condiciones de liquidez y gasto del sector público.

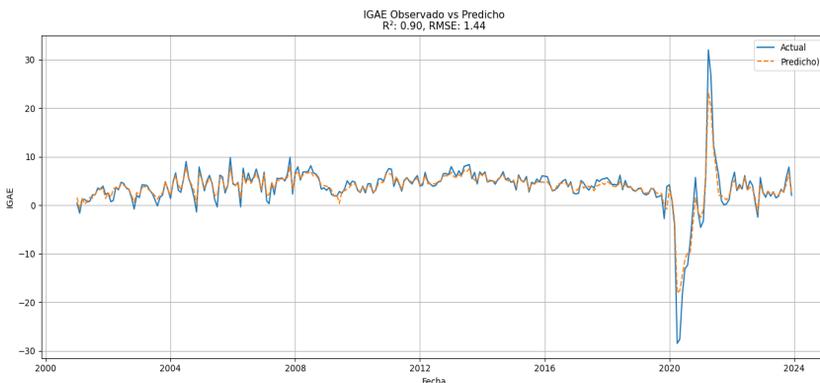
Durante el periodo más disruptivo —el año 2020, asociado a la pandemia de COVID-19— el modelo muestra una leve subestimación de la caída abrupta del IGAE. No obstante, capta correctamente la dirección del choque y, sobre todo, la recuperación económica posterior. Esta limitación se considera esperada, ya que el modelo fue entrenado con datos históricos sin eventos equivalentes de disrupción global y sin información anticipada sobre shocks sanitarios, institucionales o políticos (Stock & Watson, *Disentangling the Channels of the 2007-2009 Recession*, 2012). A pesar de ello, el desempeño posterior a la crisis sanitaria confirma la adaptabilidad del modelo frente a cambios de régimen.

La capacidad del modelo para seguir de cerca la evolución del IGAE en escenarios complejos y variables refuerza su potencial como herramienta de predicción en tiempo real (*nowcasting*). Su rendimiento es particularmente notable considerando que solo se utilizaron variables fiscales, lo que destaca la relevancia de estas para explicar la actividad económica agregada.

Este resultado valida la hipótesis planteada en la literatura económica respecto a que los efectos de la política fiscal sobre la producción operan con rezagos y que la evolución de variables como el gasto público, la recaudación tributaria y el financiamiento del déficit permiten anticipar los movimientos del PIB (Auerbach y Gorodnichenko, 2012, Blanchard, 1990 y Ilzetzki *et al.*, 2013).

En suma, el Gráfico 6 refleja la solidez del modelo *Random Forest* como instrumento predictivo, sustentado en variables fiscales estructurales. Su capacidad para modelar relaciones no lineales y su flexibilidad ante cambios de tendencia lo convierten en una herramienta idónea para la vigilancia económica y la toma de decisiones de política pública.

**Gráfico 9: TASA DE CRECIMIENTO DEL IGAE OBSERVADO Y PREDICHO
 MEDIANTE RANDOM FOREST
 (En porcentaje)**



Fuente: Elaboración propia

El Gráfico 7 muestra las variables más relevantes en el modelo Random Forest, ordenadas de acuerdo con su importancia relativa para la predicción del IGAE. La métrica de importancia utilizada corresponde al aumento medio en la reducción del MSE ponderado por nodos, una medida estándar en modelos de ensamble basada en árboles de decisión (Breiman, 2001). Se destacan los siguientes resultados:

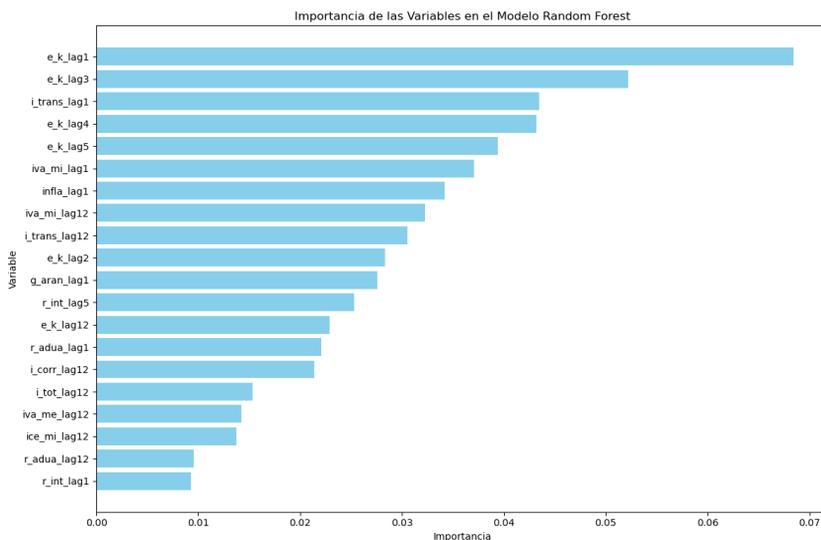
- La variable e_k_lag1 (egresos de capital reales rezagados un mes) emerge como la más importante del modelo. Esta variable captura los flujos de inversión pública en infraestructura y bienes duraderos, cuya sensibilidad al ciclo económico es alta, y cuya variación mensual parece tener un impacto inmediato sobre la actividad productiva. Este resultado refuerza la hipótesis de que el gasto público en capital tiene efectos multiplicadores de corto plazo sobre la economía (Auerbach y Gorodnichenko, 2012 y Ilzetzki *et al.*, 2013).
- Otras variantes de egresos de capital (e_k) también figuran entre las cinco principales variables (e_k_lag3 , e_k_lag4 e e_k_lag5), indicando un efecto persistente y acumulativo del gasto público de inversión sobre el IGAE, lo cual es consistente con la noción de rezagos distribuidos en la política fiscal.

- La variable i_trans_lag1 (ingresos por transferencias) también destaca como altamente significativa, lo que sugiere que ciertos ingresos extraordinarios o pagos transferidos al sector público pueden estar correlacionados con la ejecución del gasto y, por tanto, con el nivel de actividad agregada.
- El IVA mercado interno (iva_{mi}) y la inflación rezagada ($infla_{lag1}$) también aparecen como importantes. En el caso del IVA, se interpreta como un indicador contemporáneo de la demanda agregada formal, mientras que la inflación puede estar actuando como *proxy* de presiones de costos o demanda acumulada.
- Otros agregados fiscales relevantes son los ingresos aduaneros (r_adua), gravamen arancelario (g_aran) y los ingresos fiscales corrientes (i_corr), todos ellos con rezagos que oscilan entre 1 y 12 meses, reflejando diferentes ritmos de transmisión al IGAE.

La presencia simultánea de múltiples rezagos para una misma variable (por ejemplo, e_k en los meses 1, 2, 3, 4, 5 y 12) revela que el modelo *Random Forest* identifica relaciones no lineales y de largo alcance temporal, lo que representa una ventaja respecto a los modelos tradicionales que suelen asumir efectos contemporáneos o de rezago fijo.

En general, este gráfico respalda la hipótesis de que el comportamiento de las finanzas públicas —particularmente del gasto de capital— desempeña un papel central en la explicación y predicción de la dinámica del PIB mensual (IGAE). Además, confirma la utilidad de la metodología *Random Forest* para explorar relaciones económicas complejas con alta dimensionalidad y rezagos variables.

Gráfico 10: IMPORTANCIA DE LAS VARIABLES EN EL MODELO RANDOM FOREST



Fuente: Elaboración propia

IV.3. Resultados del modelo TVP-VAR

Para la predicción de la tasa de crecimiento económico se emplea variables monetarias y fiscales: Índice de Actividad Económica ($igae_t$), saldo monetario real ($m1_t$; $m2_t$; $m3_t$), recaudación tributaria (rt_t), recaudación aduanera (ra_t) e impuesto al valor agregado (iva_t). Adicionalmente, el modelo incluye tasa de Inflación ($infl_t$) y términos de intercambio (tot_t); la información de las variables seleccionadas es de frecuencia mensual que abarca desde 1991m1 hasta 2023m12. La información se recopiló de diversas fuentes, como el Instituto Nacional de Estadísticas, el Banco Central de Bolivia y el Ministerio de Economía y Finanzas Públicas. Para cada variable monetaria y fiscal, se estimó un modelo TVP-VAR distinto, que incluye cuatro variables.

De acuerdo a la estadística descriptiva expuesta en la Tabla 1, se destaca que la media y la mediana difieren en cada variable, lo que implica que las distribuciones son asimétricas. Además, se observan cifras altas de curtosis, lo que sugiere colas más pesadas y puede reflejar una alta volatilidad de

las variables en cuestión. La prueba de Jarque-Bera registra el rechazo de la hipótesis nula de distribución normal.

Por otro lado, de acuerdo a los resultados de raíz unitaria con quiebre estructural, se destaca que todas las variables registran al menos un quiebre durante periodo de estudio y se observa que las variables no son estacionarias (Apéndice A).

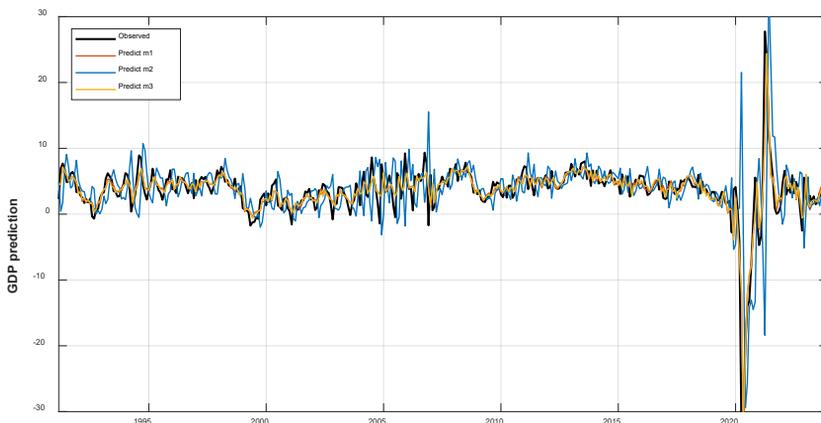
Tabla 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

	igae	m2	m3	m4	ri	ra	iva	infl	tot
Mean	3.6	9.3	10.3	11.8	5.7	5.0	6.6	5.4	-1.4
Median	4.0	7.9	8.4	8.4	6.7	7.2	6.3	4.2	-1.4
Maximum	28.3	42.2	49.4	50.4	43.0	39.0	239.8	22.2	25.4
Minimum	-32.8	-15.7	-16.2	-17.0	-67.1	-43.7	-253.6	-1.3	-33.6
Std. Dev.	4.1	10.9	12.5	13.2	13.2	14.9	26.7	4.3	10.8
Skewness	-3.2	0.9	1.2	1.1	-1.3	-0.5	-0.8	1.4	-0.1
Kurtosis	37.3	4.0	4.5	3.9	7.7	3.3	42.4	5.5	3.1
Sum	1,451	3,759	4,179	4,788	2,309	2,007	2,681	2,181	-581
Sum Sq.	12,004	82,705	105,885	126,686	83,785	99,488	305,593	19,123	48,391
Sum Sq. Dev.	6,805	47,823	62,765	70,087	70,617	89,542	287,842	7,382	47,559
Jarque-Bera	20,593	76	131	90	490	19	26,273	251	2
Probability	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45
Observations	405								

Fuente: Elaboración propia con datos del Instituto Nacional de Estadísticas y Banco Central de Bolivia

Los resultados obtenidos del modelo TVP-VAR para el análisis del saldo monetario real sobre la actividad económica revelan un buen ajuste de los datos proyectados respecto a los observados dentro de la muestra (Gráfico 11), especialmente los agregados monetarios m1 y m3. Esto refleja que este tipo de modelos podría ser adecuado para capturar las dinámicas cambiantes que caracterizan las relaciones entre las variables monetarias y los indicadores clave de la actividad económica.

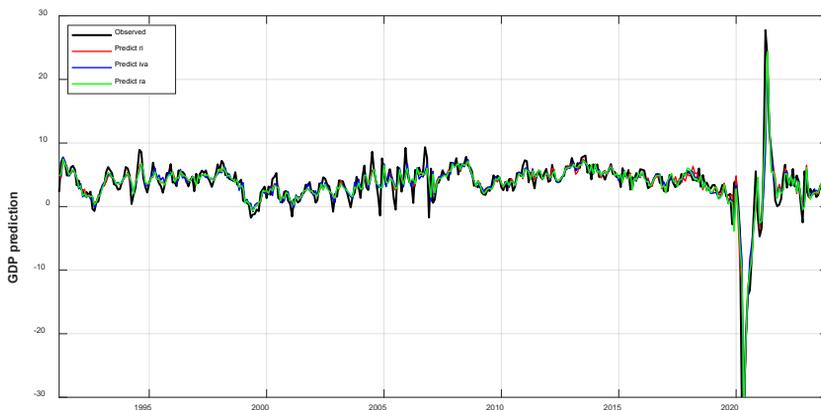
**Gráfico 11: CRECIMIENTO ECONÓMICO OBSERVADO VS
 PROYECTADO CON VARIABLES MONETARIAS**



Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, los ingresos tributarios, tales como la renta interna, el Impuesto al Valor Agregado (IVA) y la renta aduanera, representan elementos clave para la proyección de la actividad económica. Según los resultados obtenidos del modelo TVP-VAR, los datos predichos por el modelo se aproximan de manera notable a los valores observados, lo que sugiere que las relaciones entre los ingresos fiscales y los indicadores económicos también pueden ser capturadas con alta precisión y adaptarse de manera efectiva a los cambios en las condiciones económicas a lo largo del tiempo.

Gráfico 12: CRECIMIENTO ECONÓMICO OBSERVADO VS PROYECTADO CON VARIABLES FISCALES



Fuente: Elaboración propia

Este buen ajuste observado en los resultados del modelo con variables monetarias y fiscales, no solo valida su capacidad predictiva, sino que también proporciona una visión más detallada de cómo las intervenciones monetarias y fiscales pueden influir en la economía en distintos contextos temporales. En este sentido, el modelo no solo contribuye a la comprensión de los efectos pasados, sino que también puede ofrecer proyecciones útiles para la formulación de políticas económicas futuras.

IV.4. Comparación de modelos de machine learning y econométricos

En esta sección se efectúa una comparación entre modelos de *Machine Learning* y modelos econométricos del tipo TVP-VAR, con el objetivo de evaluar su capacidad predictiva sobre variables fiscales y monetarias. Ambos enfoques presentan ventajas distintivas: los modelos de *Machine Learning* destacan por su flexibilidad y capacidad para captar relaciones no lineales y complejas en los datos, mientras que los modelos TVP-VAR ofrecen una estructura más interpretable y están diseñados para captar dinámicas cambiantes en series temporales económicas.

Los resultados obtenidos muestran que los modelos TVP-VAR presentan un desempeño superior en términos de precisión predictiva, medido a

través del error cuadrático medio (ECM). Específicamente, estos modelos obtuvieron menores valores de ECM en la predicción tanto de variables fiscales, así como para variables monetarias. Esta superioridad puede atribuirse a la capacidad de los modelos TVP-VAR para adaptarse a los cambios estructurales y a las variaciones temporales en los parámetros del modelo.

En contraste, aunque los modelos de *Machine Learning* muestran un buen desempeño general y pueden ajustarse bien a los datos en el periodo de entrenamiento, su rendimiento fuera de muestra fue inferior al de los TVP-VAR. Esto sugiere que, al menos en el contexto de las series temporales económicas analizadas, los métodos econométricos con parámetros variables en el tiempo capturan mejor la evolución dinámica de las relaciones económicas, especialmente en contextos con alta volatilidad o cambios de régimen.

En conclusión, ambos tipos de modelos se consolidan como herramientas robustas para la predicción de variables macroeconómicas. Si bien los modelos TVP-VAR mostraron un mejor desempeño en términos de menor error cuadrático medio, especialmente en contextos donde los parámetros de las relaciones económicas cambian con el tiempo, los modelos de *Machine Learning* también demostraron ser competitivos. Su flexibilidad y capacidad para capturar patrones complejos los convierten en una alternativa valiosa, particularmente en entornos donde la no linealidad es predominante. Por lo tanto, el uso complementario de ambos enfoques podría enriquecer el análisis económico y mejorar la calidad de las proyecciones.

Tabla 2: VARIABLES FISCALES

Modelo	MSE	RMSE	R2	u_theil
RandomForest	2.10000	1.40000	0.90000	0.10000
TVP-VAR RI		0.01429		
TVP-VAR IVA		0.02386		
TVP-VAR RA		0.02427		

VARIABLES MONETARIAS

Modelo	MSE	RMSE	R2	u_theil
RandomForest	2.1000	0.7000	0.9000	0.2000
TVP-VAR M1		0.02437		
TVP-VAR M2		0.02441		
TVP-VAR M3		0.02438		

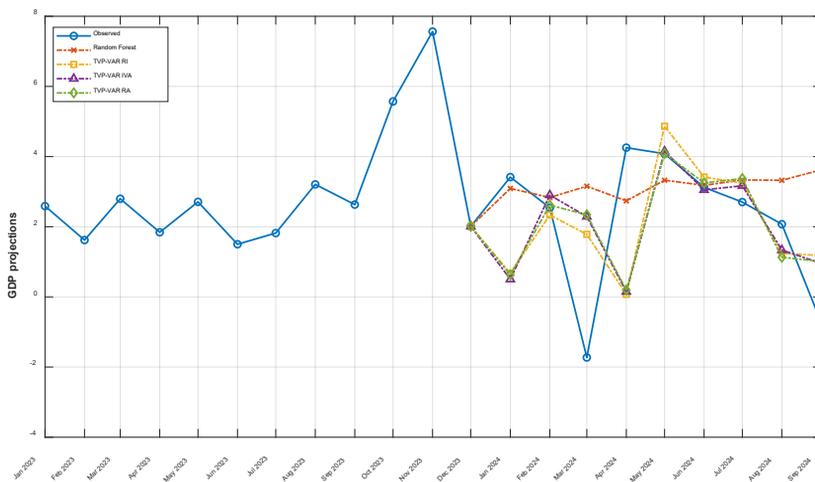
Fuente: Elaboración propia

IV.5. Pronósticos con modelos fuera de la muestra

Los resultados obtenidos al realizar las proyecciones sobre el crecimiento de la actividad económica, desde enero hasta septiembre de 2024, permiten observar que, en general, todas las variables analizadas (M1, M3, renta interna, IVA y renta aduanera) siguen un patrón de comportamiento similar, con la única excepción de M2, que presenta una mayor volatilidad. Mientras que las demás variables muestran una tendencia relativamente estable a lo largo del período proyectado, M2 experimenta fluctuaciones más marcadas, lo que sugiere una mayor sensibilidad a los cambios en las condiciones monetarias y fiscales.

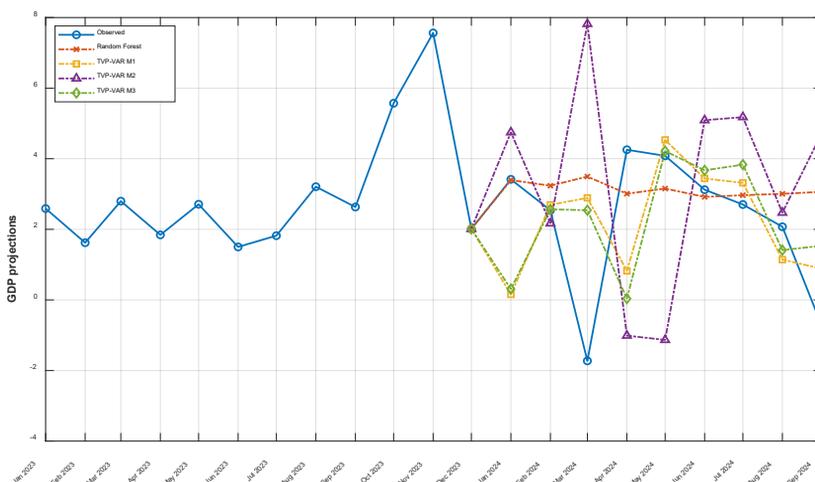
Entre los meses proyectados, se observa que mayo sería el de mayor crecimiento, superando el 4%, seguido de junio y julio, con tasas superiores al 3,5%. En contraste, los meses de enero y abril presentarían las tasas más bajas de crecimiento. En términos generales, la actividad económica podría registrar una tasa de crecimiento promedio mensual cercana al 2% a lo largo del período considerado, lo que refleja una tendencia estable en el comportamiento de las principales variables monetarias y fiscales que inciden en el desempeño económico (Gráficos 13 y 14).

Gráfico 13: CRECIMIENTO ECONÓMICO OBSERVADO VS PROYECTADO CON VARIABLES FISCALES



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 14: CRECIMIENTO ECONÓMICO OBSERVADO VS PROYECTADO CON VARIABLES MONETARIAS



Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, a través de la función impulso-respuesta (IRF, por sus siglas en inglés), se analiza cómo el crecimiento económico reacciona a lo largo del tiempo ante los choques exógenos provenientes de las variables monetarias y fiscales. Este análisis se realiza considerando un horizonte de 24 periodos. En el caso de las variables monetarias, un *shock* positivo inicial genera un impacto favorable en la actividad económica, promoviendo el crecimiento en los primeros meses tras el choque. Sin embargo, este efecto tiende a disminuir con el paso del tiempo. Este comportamiento sugiere que, a largo plazo, los efectos de un *shock* pueden depender significativamente de la respuesta de la política monetaria. Si la autoridad monetaria decide reducir la oferta monetaria en el futuro como medida para controlar la inflación, el impacto positivo en el PIB podría disminuir progresivamente, reflejando la interacción entre las políticas monetarias y la dinámica económica (ver Apéndice B).

Por su parte, un *shock* en las variables fiscales tiene un impacto negativo en la actividad económica a corto plazo (aproximadamente durante los primeros 5 meses), generando efectos contractivos debido a la reducción en el consumo y la inversión. Este fenómeno es común en los primeros períodos después de un *shock* fiscal. Sin embargo, a mediano y largo plazo el impacto se vuelve positivo, ya que los efectos favorables empiezan a manifestarse a partir del quinto periodo. Este cambio refleja la acumulación de los beneficios derivados de las políticas fiscales. En este contexto, el gasto público adicional, destinado a mejorar la infraestructura y otros sectores productivos o servicios que aumenten la productividad impulsa la expansión económica; por ende, el impacto negativo inicial podría ser compensado por un efecto positivo a largo plazo.

V. Conclusiones

El presente documento subraya la relevancia de utilizar enfoques avanzados, como los modelos no lineales de *Machine Learning* y el TVP-VAR para mejorar la predicción del crecimiento económico, especialmente en economías con dinámicas complejas como la de Bolivia. Estos modelos permiten capturar, de manera más precisa, las interacciones entre diversas variables económicas y adaptarse a los cambios estructurales que afectan el comportamiento del crecimiento económico. Los resultados obtenidos demuestran que estos enfoques ofrecen mejoras significativas en la precisión de los pronósticos, superando las limitaciones de los modelos tradicionales lineales.

El análisis comparativo entre los modelos de *Machine Learning* y los modelos econométricos TVP-VAR para la predicción del IGAE permitió identificar fortalezas complementarias en ambos enfoques. Los modelos de *Machine Learning*, al incorporar variables monetarias y fiscales con múltiples rezagos, demostraron una alta capacidad para capturar relaciones no lineales y complejas entre los determinantes macroeconómicos y la actividad económica, especialmente durante periodos de estabilidad. Las variables más relevantes, como los agregados monetarios, el crédito bancario y los egresos de capital del sector público se alinean con la teoría económica, confirmando su poder explicativo en horizontes de corto y mediano plazo.

Sin embargo, estos modelos tienden a mostrar limitaciones ante eventos extremos o de alta volatilidad como la crisis financiera de 2008 o la pandemia de COVID-19. Aunque logran capturar la dirección general de los cambios, presentan dificultades para reflejar con precisión la magnitud de dichos choques. Esto resalta la importancia de complementar los modelos de *Machine Learning* con enfoques estructurales o el uso de variables exógenas que incorporen elementos de incertidumbre y contexto global.

Por otro lado, los modelos TVP-VAR evidenciaron un mejor desempeño fuera de muestra, con menores errores de predicción y una mayor capacidad para adaptarse a cambios estructurales en las relaciones económicas. Esta ventaja se debe a su diseño flexible, que permite la variación temporal de los parámetros del modelo, haciendo que capten mejor la dinámica evolutiva de la economía.

En síntesis, ambos enfoques son valiosos para la predicción macroeconómica. Mientras los modelos de *Machine Learning* sobresalen por su flexibilidad y capacidad para modelar estructuras complejas, los modelos TVP-VAR aportan solidez analítica y mayor precisión en contextos de cambio. Así, se propone el uso complementario de ambas metodologías como una estrategia robusta para mejorar la calidad de las proyecciones económicas y apoyar la toma de decisiones de política pública.

Finalmente, a través de IRF se examina cómo el crecimiento económico responde a los choques exógenos de las variables monetarias y fiscales durante un horizonte de 24 periodos. Un *shock* positivo en las variables

monetarias inicialmente impulsa la economía, pero su efecto disminuye con el tiempo, dependiendo de la respuesta de la política monetaria. Si la autoridad monetaria reduce la oferta monetaria para controlar la inflación, el impacto positivo sobre el PIB puede disminuir. En cuanto a las variables fiscales, un choque fiscal genera un efecto negativo en el corto plazo debido a la reducción en consumo e inversión. Sin embargo, a mediano y largo plazo, el impacto se vuelve positivo gracias a los beneficios derivados de políticas fiscales, como el aumento en el gasto público para mejorar infraestructura y productividad, por lo tanto, un impacto negativo inicial podría ser compensado por un efecto positivo a largo plazo.

Referencias bibliográficas

AUERBACH, Alan and GORODNICHENKO, Yuriy, 2012. Measuring the Output Responses to Fiscal Policy. *American Economic Journal: Economic Policy*, 4 (2), pp. 1 - 27. ISSN en línea 1945-774X. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1257/pol.4.2.1>

BAUMGARTNER, Josef, RAMASWAMY, Raman and ZETTERGREN, Göran, 1997. Monetary Policy and Leading Indicators of Inflation in Sweden. International Monetary Fund, Working Paper WP/97/34, April. Disponible en: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/wp9734.pdf>

BENOS, Nikos, 2004. Fiscal Policy and Economic Growth: Empirical Evidence from OECD Countries. University of Cyprus, Working paper 01-2005, July. Disponible en: <https://www.ucy.ac.cy/econ/wp-content/uploads/sites/48/2022/01/1-2005.pdf>

BERNANKE, Ben and BLINDER, Alan, 1992. The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission. *The American Economic Review*, 82 (4), pp. 901-921. ISSN en línea 1944-7981. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/2117350>

BERNANKE, Ben and GERTLER, Mark, 1989. Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations. *The American Economic Review*, 79 (1), pp. 14 - 31. ISSN en línea 1944-7981. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/1804770>

BHADURY, Soumya, GHOSH, Saurabh and KUMAR, Pankaj, 2021. Constructing a Coincident Economic Indicator for India: How Well Does It Track Gross Domestic Product? *Asian Development Review*, 38 (2), pp. 237 - 277. ISSN en línea 1996-7241. Disponible en: <https://doi.org/10.1142/S0116110521500104>

BLANCHARD, Olivier, 1990. Suggestions for a New Set of Fiscal Indicators. OECD Economics Department Working Papers No. 79. April. Disponible en: <https://dx.doi.org/10.1787/435618162862>

BREIMAN, Leo, 2001. Random Forests. *Machine Learning*, 45, pp. 5-32. ISSN en línea 1573-0565. Disponible en: <https://doi.org/10.1023/A:1010933404324>

CHAKRABORTY, Chiranjit and JOSEPH, Andreas, 2017. Machine learning at central Banks. Bank of England, Working Paper No. 674, September. Disponible en: <https://www.bankofengland.co.uk/-/media/boe/files/working-paper/2017/machine-learning-at-central-banks.pdf>

CHAN, Joshua, 2023. Large Hybrid Time-Varying Parameter VARs. *Journal of Business & Economic Statistics*, 41 (3), pp. 890 - 905. ISSN en línea 1537-2707. Disponible en: <https://doi.org/10.1080/07350015.2022.2080683>

COGLEY, Timothy, 2001. How fast can the new economy grow? A Bayesian Analysis of the Evolution of Trend Growth. Arizona State University, Department of Economics, Working Paper No. 16/2001, March. Disponible en: <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.275980>

COGLEY, Timothy and SARGENT, Thomas, 2002. Evolving Post-World War II US Inflation Dynamics. En: BERNANKE, Ben and ROGOFF, Kenneth, eds., *NBER Macroeconomics Annual 2001*, 16. Cambridge: The MIT Press, pp. 331 - 373. ISBN 0-262-02520-5

COGLEY, Timothy and SARGENT, Thomas, 2005. Drifts and volatilities: Monetary policies and outcomes in the post WWII US. *Review of Economic Dynamics*, 8 (2), pp. 262 - 302. ISSN en línea: 1096-6099. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.red.2004.10.009>

COGLEY, Timothy and SBORDONE, Argia, 2008. Trend Inflation, Indexation, and Inflation Persistence in the New Keynesian Phillips Curve. *American Economic Review*, 98 (5). pp. 2101 - 2126. ISSN en línea: 1944-7981. Disponible en: <https://doi.org/10.1257/aer.98.5.2101>

D'AGOSTINO, Antonello, GAMBETTI, Luca and GIANNONE, Domenico, 2013. Macroeconomic forecasting and structural change. *Journal of Applied Econometrics*, 28 (1), pp. 82 - 101. ISSN en línea: 1099-1255. Disponible en: <https://doi.org/10.1002/jae.1257>

DEL NEGRO, Marco and PRIMICERI, Giorgio, 2015. Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy: A Corrigendum. *The Review of Economic Studies*, 82 (4), pp. 1342 - 1345. ISSN en línea: 1467-937X. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/restud/rdv024>

DIEBOLD, Francis, 2015. Comparing Predictive Accuracy, Twenty Years Later: A Personal Perspective on the Use and Abuse of Diebold–Mariano Tests. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33 (1), ISSN en línea: 1537-2707. Disponible en: <https://doi.org/10.1080/07350015.2014.983236>

DIEBOLD, Francis, 2024. *Forecasting in Economics, Business, Finance and Beyond*. University of Pennsylvania. Edition 2024, Version Thursday 22nd August, 2024. Disponible en: <https://www.sas.upenn.edu/~fdiebold/Teaching221/Forecasting.pdf>

FRIEDMAN, Milton, 1968. The Role of Monetary Policy. *The American Economic Review*, 58 (1), pp. 1 - 17. ISSN 0002-8282. Disponible en: <https://www.aeaweb.org/aer/top20/58.1.1-17.pdf?version=meter+at+null&module=meter-Links&pgtype=article&contentId=&mediald=&referrer=&priority=true&action=click&contentCollection=meter-links-click>

FRIEDMAN, Milton, 1987. Quantity Theory of Money. En: EATWELL, John, MILGATE, Murray and NEWMAN, Peter, eds. *Money*. New York: The Macmillan Press Limited, pp. 1 - 40. ISBN 978-0-333-49527-8

FRIEDMAN, Milton and SCHWARTZ, Anna, 1971. *A Monetary History of the United States, 1867 - 1960*. United States of America: Princeton University Press. ISBN 0-691-00354-8

HASTIE, Trevor, TIBSHIRANI, Robert and FRIEDMAN, Jerome, 2009. *The Elements of Statistical Learning. Data Mining, Inference, and Prediction*. 2nd Edition. Springer Science+Business Media LLC. ISBN 978-0-387-84857-0

ILZETZKI, Ethan, MENDOZA, Enrique and VÉGH, Carlos, 2013. How big (small?) are fiscal multipliers? *Journal of Monetary Economics*, 60 (2), pp. 239 - 254. ISSN en línea: 1873-1295. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2012.10.011>

JUSTINIANO, Alejandro and PRIMICERI, Giorgio, 2008. The Time-Varying Volatility of Macroeconomic Fluctuations. *American Economic Review*, 98 (3), pp. 604 - 641. ISSN en línea: 1944-7981. Disponible en: <https://doi.org/10.1257/aer.98.3.604>

LUCAS, Robert, 1976. Econometric policy evaluation: A critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 1, pp. 19 - 46. ISSN 0167-2231. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0167-2231\(76\)80003-6](https://doi.org/10.1016/S0167-2231(76)80003-6)

MEDEIROS, Marcelo, VASCONCELOS, Gabriel, VEIGA, Álvaro and ZILBERMAN, Eduardo, 2021. Forecasting Inflation in a Data-Rich Environment: The Benefits of Machine Learning Methods. *Journal of Business & Economic Statistics*, 39 (1), pp. 98 - 119. ISSN 0735-0015. Disponible en: <https://doi.org/10.1080/07350015.2019.1637745>

MISHKIN, Frederic, 1996. The Channels of Monetary Transmission: Lessons for Monetary Policy. National Bureau of Economic Research, Working paper 5464, February. Disponible en: https://www.nber.org/system/files/working_papers/w5464/w5464.pdf

PRIMICERI, Giorgio, 2005. Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy. *The Review of Economic Studies*, 72 (3), pp. 821 - 852. ISSN en línea: 1467-937X. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2005.00353.x>

RANT, Vasja, PUC, Anja, ČOK, Mitja and VERBIČ, Miroslav, 2024. Macroeconomic impacts of monetary and fiscal policy in the euro area in times of shifting policies: A SVAR approach. *Finance Research Letters*, 64. ISSN en línea: 1544-6131. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2024.105406>

SHEPHARD, Neil, 1994. Local scale models: State space alternative to integrated GARCH processes. *Journal of Econometrics*, 60 (1-2), pp. 181 - 202. ISSN en línea: 1872-6895. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)90043-4](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90043-4)

STOCK, James and WATSON, Mark, 2003. Forecasting Output and Inflation: The Role of Asset Prices. *Journal of Economic Literature*, 41 (3), pp. 788 - 829. ISSN en línea 2328-8175. Disponible en: <https://doi.org/10.1257/002205103322436197>

STOCK, James and WATSON, Mark, 2012. Disentangling the Channels of the 2007-2009 Recession. National Bureau of Economic Research, Working paper 18094, May. Disponible en: <https://doi.org/10.3386/w18094>

STOCK, James and WATSON, Mark, 2002. Forecasting Using Principal Components From a Large Number of Predictors. *Journal of the American Statistical Association*, 97 (460), pp. 1167 - 1179. ISSN en línea: 1537274X. Disponible en: <https://doi.org/10.1198/016214502388618960>

SVENSSON, Lars, 1997. Inflation forecast targeting: Implementing and monitoring inflation targets. *European Economic Review*, 41 (6), pp. 1111 - 1146. ISSN en línea: 1873-572X. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0014-2921\(96\)00055-4](https://doi.org/10.1016/S0014-2921(96)00055-4)

TANZI, Vito and ZEE, Howell, 2000). Tax Policy for Emerging Markets: Developing Countries. *National Tax Journal*, 53 (2). ISSN en línea: 1944-7477. Disponible en: <https://doi.org/10.17310/ntj.2000.2.07>

TAYLOR, John, 1993. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, pp. 195 - 214. ISSN 0167-2231. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/0167-2231\(93\)90009-L](https://doi.org/10.1016/0167-2231(93)90009-L)

UHLIG, Harald, 1997. Bayesian Vector Autoregressions with Stochastic Volatility. *Econometrica*, 65 (1), pp. 59 - 73. ISSN en línea: 1468-0262. Disponible en: <https://doi.org/10.2307/2171813>

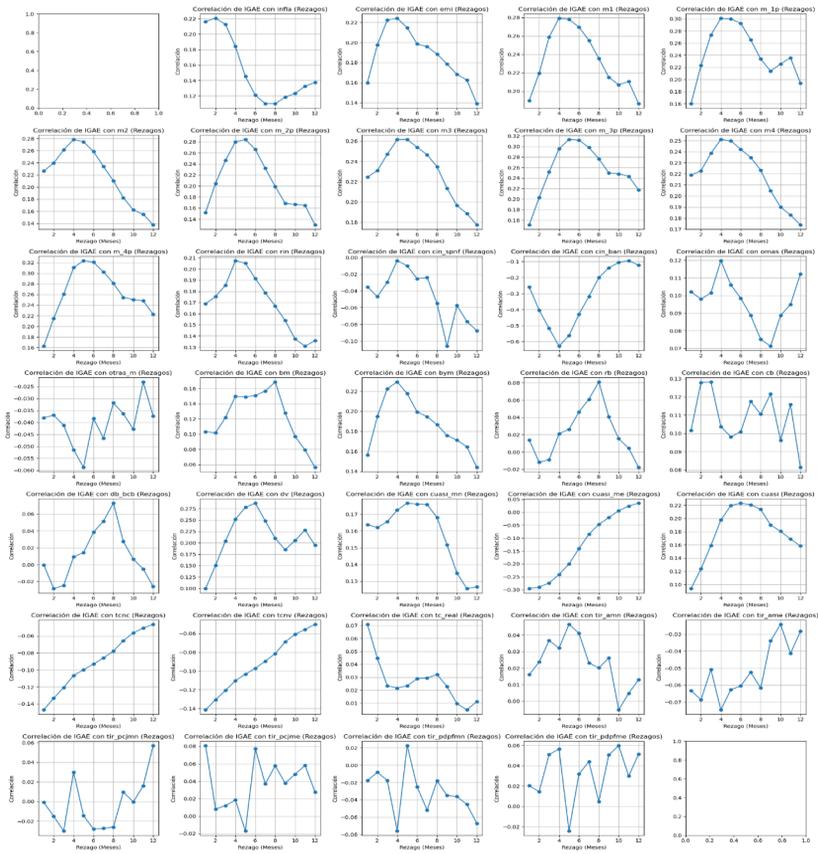
VARIAN, Hal, 2014. Big Data: New Tricks for Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 28 (2), pp. 3 - 28. ISSN en línea: 1944-7965. Disponible en: <https://doi.org/10.1257/jep.28.2.3>

APÉNDICES

Apéndice A: Variables utilizadas en el modelo Random Forest con variables monetarias

No.	Código	Variable	Unidad de medida	Frecuencia	Fuente
			Indicador Principal		
1	IGAE	Índice Global de Actividad Económica	Índice 1990=100	Mensual	INE
			Hydrocarburos		
2	infla	Inflación	Porcentaje	Mensual	INE
3	emi	Emisión monetaria	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
4	m1	Agregado monetario M1	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
5	m_1p	Agregado monetario M1'	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
6	m2	Agregado monetario M2	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
7	m_2p	Agregado monetario M2'	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
8	m3	Agregado monetario M3	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
9	m_3p	Agregado monetario M3'	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
10	m4	Agregado monetario M4	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
11	m_4p	Agregado monetario M4'	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
12	rii	Reservas Internacionales Netas	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
13	cin_sprf	Credito Interno Neto al Sector Público	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
14	cin_ban	Credito Interno Neto al Sector Bancario	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
15	omas	Operaciones de Mercado Abierto	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
16	otras_m	Otras Cuentas Monetarias	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
17	bm	Base monetaria	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
18	bym	Billetes y Monedas	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
19	rb	Reservas Bancarias	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
20	cb	Caja en Bancos	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
21	db_bcb	Depositos de Bancos en el BCB	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
22	dv	Depositos Vista	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
23	cuasi_mn	Cuasidnero MN CVM UFV	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
24	cuasi_me	Cuasidnero ME	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
25	cuasi	Cuasidnero total	Millones de bolivianos	Mensual	BCB
26	tcnc	Tipo de Cambio nominal de compra	Bs/\$us	Mensual	BCB
27	tcnv	Tipo de Cambio nominal de venta	Bs/\$us	Mensual	BCB
28	tc_real	Tipo de Camnio real	Índice	Mensual	BCB
29	tir_amm	Tasa de interes real activa MN	Porcentaje	Mensual	BCB
30	tir_ame	Tasa de interes real activa ME	Porcentaje	Mensual	BCB
31	tir_pjmm	Tasa de interes real pasiva caja de ahorro MN	Porcentaje	Mensual	BCB
32	tir_pjme	Tasa de interes real pasiva caja de ahorro ME	Porcentaje	Mensual	BCB
33	tir_pdpfmn	Tasa de interes real pasiva dpf MN	Porcentaje	Mensual	BCB
34	tir_pdpfme	Tasa de interes real pasiva dpf ME	Porcentaje	Mensual	BCB

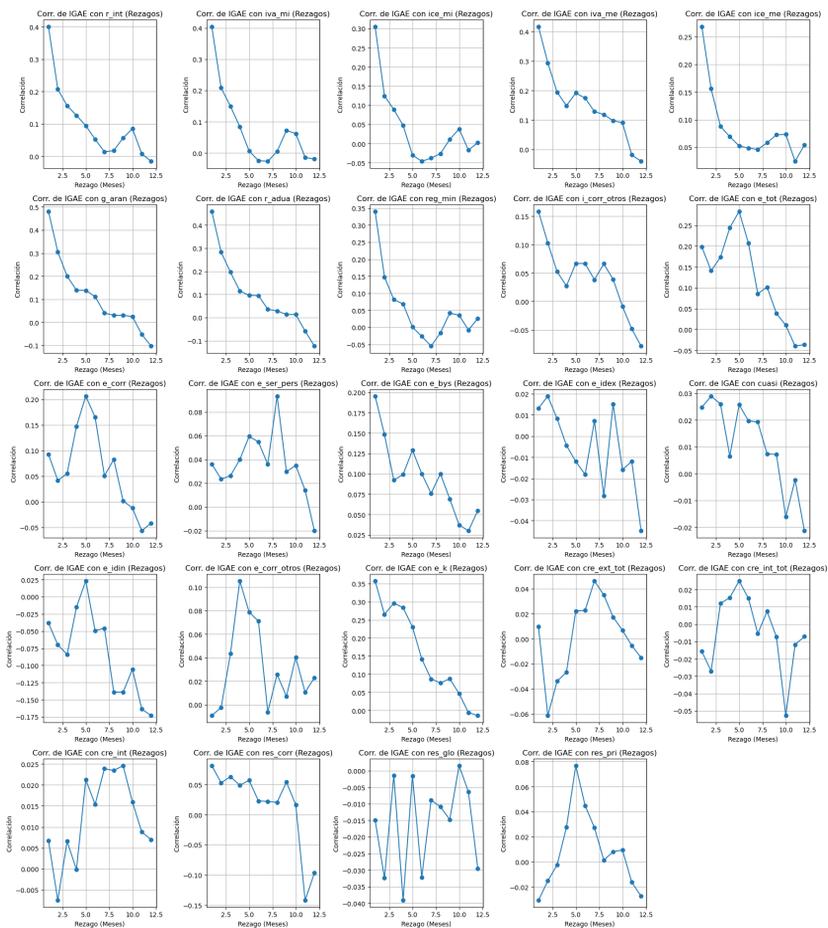
Apéndice A: Correlación del IGAE con variables monetarias rezagadas



Apéndice A: Variables utilizadas en el modelo *Random Forest* con variables fiscales

No.	Codigo	Variable	Unidad de medida	Frecuencia	Fuente
			Indicador Principal		
1	IGAE	Indice Global de Actividad Economica	Indice 1990=100	Mensual	INE
2	infla	Inflación	Porcentaje	Mensual	INE
3	i_tot	Ingresos totales del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
4	i_corr	Ingresos Corrientes del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
5	r_int	Renta Interna del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
6	iva_mi	Impuesto al Valor Agregado Mercado Interno	Millones de bolivianos	Mensual	SIN
7	i_trans	Impuestos a las transacciones	Millones de bolivianos	Mensual	SIN
8	ice_mi	Impuesto al Consumo Especifico Mercado Interno	Millones de bolivianos	Mensual	SIN
9	iva_me	Impuesto al Valor Agregado Mercado Externo	Millones de bolivianos	Mensual	SIN
10	ice_me	Impuesto al Consumo Especifico Mercado Externo	Millones de bolivianos	Mensual	SIN
11	g_aran	Gravamen Arancelario	Millones de bolivianos	Mensual	AN
12	r_adua	Renta Aduanera del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
13	reg_min	Regalías Mineras del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
14	i_hidro	Ingresos por venta de Hidrocarburos SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
15	i_emp	Ingresos de otras Empresas Públicas del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
16	i_corr_otros	Transferencias y otros ingresos corrientes del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
17	i_k	Ingresos de capital del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
18	e_tot	Egresos Totales del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
19	e_corr	Egresos Corrientes del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
20	e_ser_pers	Egresos por Servicios Personales del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
21	e_bys	Egresos por Bienes y Servicios del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
22	e_idx	Egresos por Intereses de Deuda Externa del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
23	cuasi	Resultado Operativo del BCB	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
24	e_idin	Egresos por Intereses de Deuda Interna del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
25	e_corr_otros	Transferencias y otros egresos corrientes del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
26	e_k	Egresos de Capital del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
27	cre_ext_tot	Credito Externo Neto del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
28	des_ext	Desembolsos Externos del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
29	amort_ext	Amortizaciones de Deuda Externa del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
30	cre_int_tot	Credito Interno Neto total del SPNF incluye cuasifiscal	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
31	cre_int	Credito Interno Neto del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
32	deu_flo	Deuda Flotante	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
33	otros_fin	Colocación de títulos y otras fuentes de financiamient	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
34	res_corr	Resultado Fiscal Corriente del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
35	res_glo	Resultado Fiscal Global del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP
36	res_pri	Resultado Fiscal Primario del SPNF	Millones de bolivianos	Mensual	MEFP

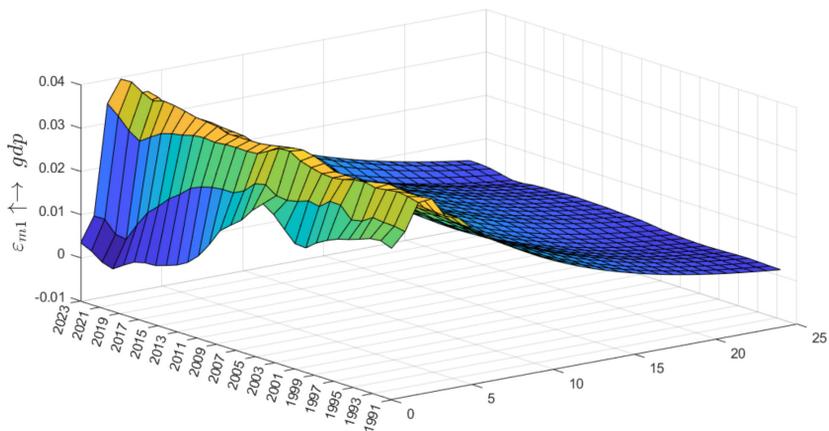
Apéndice A: Correlación del IGAE con variables fiscales rezagadas



Apéndice B: Función impulso respuesta del modelo TVP-VAR

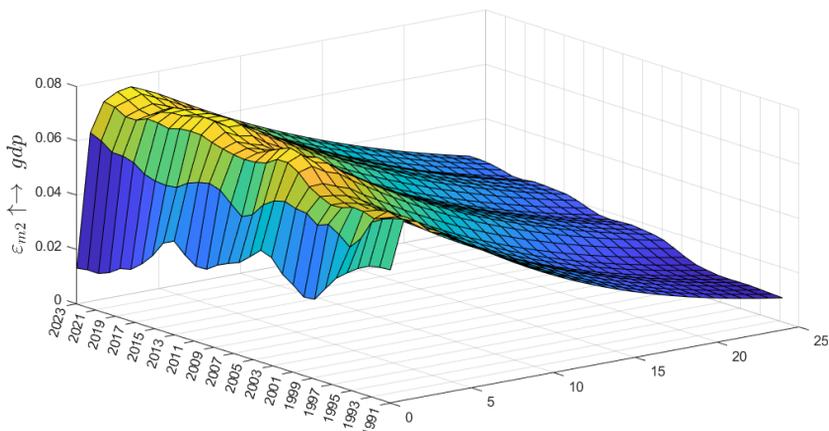
Se efectúa una simulación dinámica en el tiempo para 24 periodos:

Gráfico B.1: FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA: SHOCK DEL M1 SOBRE CRECIMIENTO ECONÓMICO



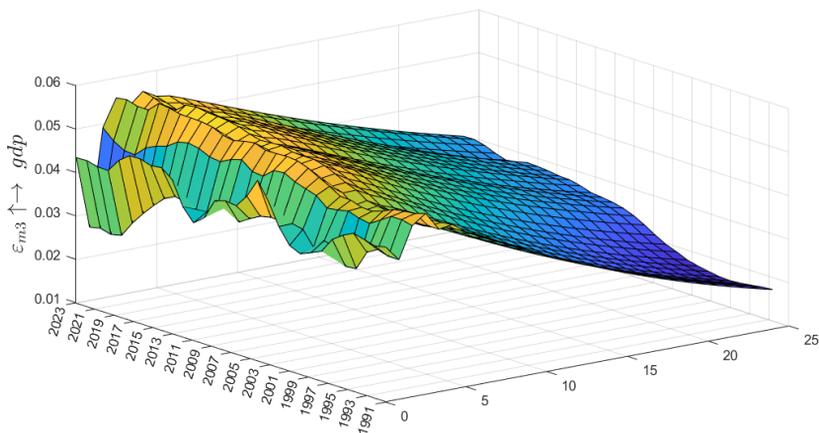
Fuente: Elaboración propia

Gráfico B.2: FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA: SHOCK DEL M2 SOBRE CRECIMIENTO ECONÓMICO



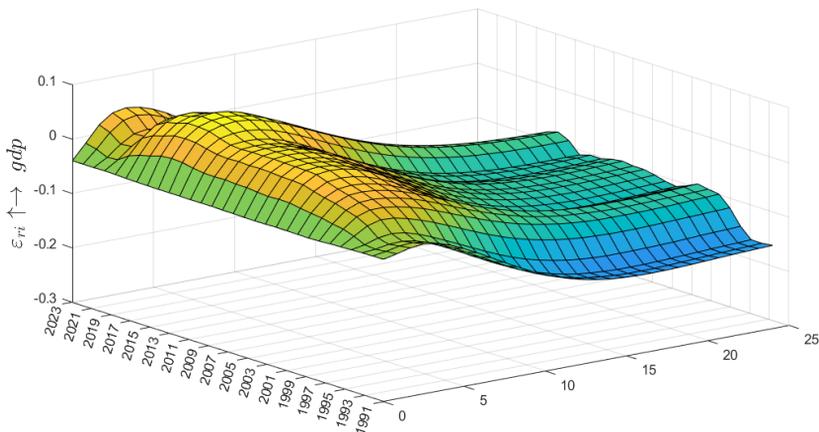
Fuente: Elaboración propia

**Gráfico B.3: FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA: SHOCK DEL M3
SOBRE CRECIMIENTO ECONÓMICO**



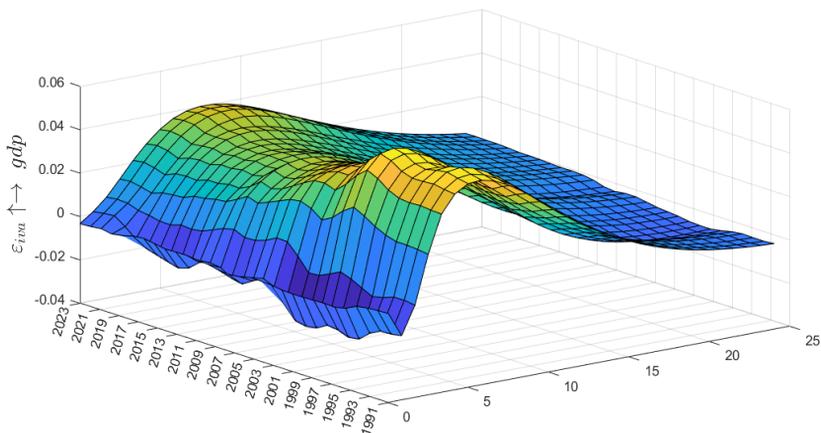
Fuente: Elaboración propia

**Gráfico B.4: FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA: SHOCK DE
RENDA INTERNA SOBRE CRECIMIENTO ECONÓMICO**



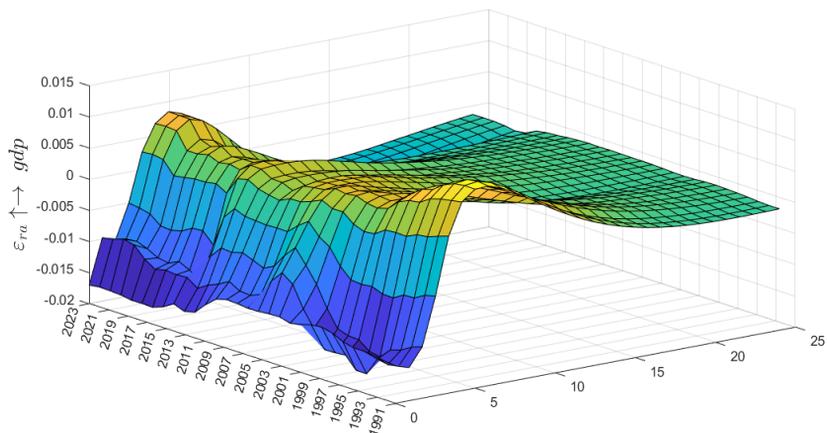
Fuente: Elaboración propia

Gráfico B.5: FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA: SHOCK DEL IMPUESTO AL VALOR AGREGADO SOBRE CRECIMIENTO ECONÓMICO



Fuente: Elaboración propia

Gráfico B.6: FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA: SHOCK DE RENTA ADUANERA SOBRE CRECIMIENTO ECONÓMICO



Fuente: Elaboración propia

Apéndice C: Criterios de selección de modelo

Para este modelo, se estima el modelo TVP-VAR en una ventana de datos de 1991m1 a 2024m6 (frecuencia mensual) y se pronostica el índice de actividad económica para 9 meses (desde enero hasta septiembre de 2024). El modelo TVP-VAR se estima para cada indicador monetario y variable fiscal de forma individual. En total, estimamos el modelo en 6 ventanas. Para evaluar el rendimiento de los pronósticos del modelo, se utiliza la medida del error cuadrático medio (RMSE).

Para diferentes horizontes de pronóstico, se debe considerar los criterios de evaluación de proyecciones: se calculan de la siguiente manera.

- **Error Cuadrático Medio (ECM):** es una medida que evalúa la magnitud de los errores de predicción en función de su cuadrado. Es particularmente sensible a grandes errores, ya que penaliza más los errores grandes. Sin embargo, es sensible a los valores extremos debido a la elevación al cuadrado de los errores y, tiene unidades cuadradas, lo que puede dificultar la interpretación directa en algunos contextos.

$$ECM = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}{n}$$

- **Error absoluto medio (MAE):** mide la magnitud promedio de los errores sin considerar su dirección (positivo o negativo). A diferencia del ECM, el MAE no penaliza de manera desproporcionada los errores grandes.

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - \bar{y}_t|}{n}$$

- **Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE):** mide el error relativo en términos porcentuales, lo que permite evaluar el desempeño del modelo en términos de proporciones del valor real. Es particularmente útil cuando se quiere comparar el desempeño del modelo entre diferentes series temporales con escalas distintas.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \bar{y}_t}{y_t} \right| * 100$$

- **Coefficiente U de Theil:** es una métrica de precisión para evaluar la capacidad predictiva de un modelo comparando los valores predichos con los valores reales. Es particularmente útil en modelos econométricos como un modelo VAR (*Vector Autoregressive*), ya que analiza las diferencias entre valores observados y valores predichos en una serie temporal.

$$U = \sqrt{\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_t^2}}$$

donde y_t es el valor observado en el tiempo, \hat{y}_t es el valor predicho en el tiempo y n es el número total de observaciones; cuando $U > 1$ la predicción es mejor que la de un modelo trivial; $U = 1$ la predicción es igual que la de un modelo trivial y $U < 1$ la predicción es peor que la de un modelo trivial.