

TESIS DE GRADO

**LA INVERSIÓN PÚBLICA Y EL CRECIMIENTO
ECONÓMICO EN BOLIVIA: 1990-2012**

Un Análisis Con Datos De Panel

Tesis para optar el grado Académico de: Licenciado en Economía

La Paz-Bolivia
2014

Contenido

| | |
|--|-----------|
| Resumen..... | 1 |
| I. INTRODUCCIÓN..... | 2 |
| II. FUNDAMENTOS GENERALES..... | 6 |
| 1. Problema de investigación..... | 7 |
| 1.1. Objetivos de la investigación..... | 7 |
| 1.2. Preguntas de investigación..... | 7 |
| 1.3. Justificación de la investigación..... | 8 |
| 1.4. Identificación del problema..... | 8 |
| 1.5. Planteamiento del problema..... | 9 |
| 2. Formulación de hipótesis..... | 10 |
| 2.1. Hipótesis de Investigación..... | 10 |
| 2.2. Identificación de variables..... | 10 |
| 2.3. Método de investigación..... | 10 |
| 2.4. Delimitación de la investigación..... | 11 |
| III. MARCO TEÓRICO..... | 12 |
| 3. Marco conceptual..... | 13 |
| 3.1. Estructura del Producto Interno Bruto..... | 13 |
| 3.2. Nociones sobre la inversión y crecimiento económico..... | 14 |
| 3.3. Inversión..... | 14 |
| 3.4. Crecimiento económico..... | 15 |
| 3.5. Producto Interno Bruto..... | 16 |
| 3.6. Producto Interno Bruto per Cápita..... | 16 |
| 4. El modelo de Robert Barro..... | 17 |
| 4.1. El modelo..... | 17 |
| 4.2. Función de producción..... | 18 |
| 4.3. Restricción presupuestaria del gobierno..... | 19 |
| 4.4. Ecuación Fundamental de Barro..... | 19 |
| 4.5. Modelo de crecimiento endógeno con hogares optimizadores..... | 20 |
| 4.6. Relación entre el tamaño del estado y la tasa de crecimiento..... | 23 |
| 4.7. Un problema de planificación para el Gobierno..... | 25 |

| | |
|---|-----------|
| IV. MARCO PRÁCTICO | 27 |
| 5. Características de la inversión pública y crecimiento económico | 28 |
| 5.1. La tendencia de la inversión pública en Bolivia | 28 |
| 5.2. Inversión pública ejecutada y programada | 31 |
| 5.3. Evolución de la inversión pública por sectores | 33 |
| 5.4. Inversión ejecutada y PIB departamentales | 36 |
| 5.5. Inversión departamental..... | 40 |
| 5.6. El comportamiento de la inversión privada y pública..... | 45 |
| 5.7. Evolución del Producto Interno Bruto | 47 |
| 5.8. Producto Interno Bruto per-cápita | 49 |
| 5.9. Instrumentos para incorporar la dependencia espacial | 50 |
| 6. Evidencia empírica | 52 |
| 6.1. Nociones econométricas | 52 |
| 6.2. Metodología econométrica | 55 |
| 6.3. Estimaciones del modelo e interpretación de los resultados..... | 56 |
| 6.4. Prueba de raíz unitaria | 61 |
| 6.5. Test de normalidad..... | 64 |
| V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 67 |
| 7.1. Conclusiones | 68 |
| 7.2. Recomendaciones..... | 70 |
| REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA | 71 |
| ANEXOS | 74 |

Índice de gráficos

| | |
|--|----|
| Grafico 1: Relación entre la tasa de crecimiento y la tasa marginal de tributacion..... | 24 |
| Grafico 2: Bolivia: Inversión Pública como porcentaje del PIB | 28 |
| Grafico 3: Bolivia: Evolución de la inversión pública como proporción del PIB y la tasa de crecimiento del PIB real..... | 31 |
| Grafico 4: Bolivia: Inversión Pública programada y ejecutada | 32 |
| Grafico 5: Bolivia: Inversión Pública por sectores | 33 |
| Grafico 6: Bolivia: Inversión Pública por sectores, (Porcentaje del total invertido) | 34 |
| Grafico 7: Bolivia: PIB per cápita, por departamento | 39 |
| Grafico 8: Bolivia: Inversión pública, en porcentaje del PIB, y renta per cápita | 41 |
| Grafico 9: Bolivia: Inversión Pública ejecutada por regiones..... | 44 |
| Grafico 10: Bolivia: Inversión Privada y Pública..... | 46 |
| Grafico 11: Bolivia: Crecimiento del PIB real | 47 |
| Grafico 12: Bolivia: PIB per cápita real..... | 49 |
| Grafico 13: Bolivia: Matriz de contigüidad espacial | 51 |
| Grafico 14: Bolivia: Estacionariedad de las series del PIBpc e Inversión Pública | 62 |
| Grafico 15: Test de Jarque-Bera | 65 |
| Grafico 16: Prueba de normalidad de Quantile..... | 66 |

Índice de cuadros

| | |
|---|----|
| Cuadro 1: Bolivia: Ratio de la Inversión pública sobre el PIB..... | 29 |
| Cuadro 2: Bolivia: Inversión pública ejecutada por departamento | 38 |
| Cuadro 3: Bolivia: PIB per cápita, según departamento | 38 |
| Cuadro 4: Bolivia: Inversión pública respecto al total | 42 |
| Cuadro 5: Bolivia: Tasa de Crecimiento del PIB..... | 48 |
| Cuadro 6: Bolivia: Estimación del PIB per cápita y la Inversión pública..... | 56 |
| Cuadro 7: Bolivia: Estimación del PIB per cápita y los sectores de la inversión pública | 58 |
| Cuadro 8: Bolivia: Valor de Parámetros de coeficientes constantes | 59 |
| Cuadro 9: Bolivia: Estimación del PIB per cápita y sus ponderadores..... | 60 |
| Cuadro 10: Bolivia: Test de Dickey-Fuller Aumentado (PIB per-capita)..... | 63 |
| Cuadro 11: Bolivia: Test de Dickey-Fuller Aumentado (Inversión Pública)..... | 64 |

Resumen

El presente trabajo analiza los efectos de la inversión pública en Bolivia sobre la tasa de crecimiento económico mediante la formulación de unos modelos. La relación entre la inversión pública y la actividad económica ha sido una de las cuestiones más ampliamente analizadas en los últimos años en el ámbito de la política económica.

Para la respectiva investigación se fue usando datos de panel (diferentes modelos) desagregando la inversión pública en sus cuatro sectores (Infraestructura, productivo, social y multisectorial), sin embargo los resultados obtenidos en la estimación econométrica nos muestran que existe una relación directa entre el crecimiento económico y la inversión pública, por el otro lado, se ve que el sector público destina una mayor inversión en el sector de infraestructura, en cuanto a los otros sectores se destina en menor proporción.

Palabras claves: inversión pública, crecimiento económico, datos de panel

Clasificación JEL: C23, E62, H54, O41

PARTE I
INTRODUCCIÓN

Introducción

La inversión pública y el crecimiento económico, se configura hoy en día uno de los temas muy controvertido y debatido por los hacedores de política y académicos, que últimamente han estado desarrollando investigaciones sobre los distintos factores sobre la inversión pública en el crecimiento, donde la inversión pública es una partida importante del gasto público en las economías desarrolladas y en desarrollo, países como Bolivia.

Es cierto y ocurre con mayor continuidad que la administración gubernamental reconoce que las políticas fiscales, a lo largo de los últimos años, han introducido cambios especialmente en la inversión pública, lo que repercute beneficios a la sociedad. Si se inspecciona a las economías dinámicas en los últimos periodos llegamos a la conclusión de que China e India son los ejemplos más elocuentes, las mejores en el clima para la inversión, en estos países que han impulsado al crecimiento económico y la reducción de la pobreza. También otros gobiernos están trabajando en el mismo tema, pero los progresos siguen siendo heterogéneos y lentos. Por lo tanto América Latina es un ejemplo de llevar adelante estos temas. Consecuentemente la literatura respecta que la inversión pública es uno de los determinantes del crecimiento económico, y asumiendo que la inversión participa en el crecimiento.

Desde hace algunos años los efectos de la política fiscal (inversión pública) sobre el crecimiento a largo plazo ha recibido una especial atención en la literatura de crecimiento económico tanto en terreno teórico como empírico. A estas investigaciones se ha visto acompañado una serie de discusiones sobre la política fiscal, la composición del gasto público y la elección de los tipos impositivos apropiados con el que financiarlos y dando lugar a niveles de renta mayores.

Desde el trabajo de Robert Barro (1990) y muchos otros trabajos correlacionan de forma negativa, entre crecimiento y el tamaño del gasto público. Entre otros, podrían destacarse en las investigaciones de Engen y Skinner (1992), Grier (1997), Hanson y Herrekson (1994), Romero de Avila y Strauch (2003), etc. Para todos estos autores un incremento del nivel de

gasto público tiene una incidencia negativa en el nivel de crecimiento, por lo que recomiendan una reducción en el tamaño del gasto público. Donde Robert Barro, en uno de sus trabajos más reveladores fue llevado en 1991 quien usando datos para 98 países para el periodo de 1960 a 1985, donde busco la relación empírica existente entre crecimiento económico y algunos de sus posibles determinantes del gasto público así como el capital humano inicial. Sus descubrimientos en dicha investigación demuestra que existe una relación estadísticamente insignificante entre el crecimiento económico y la inversión pública, aunque también encuentra que existe aquella inversión pública que ayuda a la inversión privada a ser más productiva (Barro 1990) como por ejemplo, el gasto en las fuerzas policiales que garantiza la propiedad privada.

Por el contrario, y de forma paralela en el tiempo, comienza a surgir una corriente que postulan aspectos positivos en dicha correlación. Por un lado, se cuestiona los resultados obtenidos, afirmando que dichas estimaciones no son suficientemente robustas -Atkinson (1995), Slemrod (1995) y Agell (1997,1999), etc.-, aludiendo a problemas metodológicos derivados tanto de los métodos de corte transversal como de la selección de la muestra. Por otro lado, se defiende que la relación entre el tamaño del sector público y el crecimiento es creciente (Keefer y Knack, 1997). Finalmente, se plantea que la relación anterior no es monótona sino que tiene forma de U invertida, como se pone de manifiesto en las investigaciones realizadas por Slemrod (1995), Tanzi y Zee (1997) y Tanzi y Schuknetch (2000). Como también se puede ver en los trabajos de Easterly y Rebelo (1993), usando datos de inversión desagregada (es decir los sectores que componen en la inversión pública), donde analizaron para un conjunto de países para el periodo 1970-1988, estos autores llevan adelante distintos modelos econométricos relacionado la tasa de crecimiento con algunas de las variables de la política fiscal como el gasto y la inversión pública. Las regresiones se llevaron a cabo usando promedios de la proporción del gasto público con respecto al PIB como variables independientes, mientras que como variable dependiente usaron el promedio del crecimiento del PIB. Sus principales hallazgos entre otras cosas fue el hecho de que el gasto público en transportes y comunicaciones parece estar relacionado de forma positiva con el crecimiento. Por otro lado encontraron una relación negativa entre la inversión pública con la privada (efecto expulsión), así como el efecto negativo que tiene la inversión pública en la agricultura sobre la inversión privada

Así la relación entre el crecimiento económico y la composición del gasto público se ha analizado, entre otros, en los trabajos de: David Aschauer¹ publicado su investigación en 1989 que relacionaba un efecto positivo de la inversión pública y el Producto Interno bruto, usando datos anuales de 1949-1985 para el país de Estados Unidos, también fueron realizando como Kormendi y Meguirre (1985), Merriman (1990), Barro (1989,1990 y 1991) Castles y Dowrick (1990) Easterly y Rebelo (1993) Cashing (1995), Folster y Henrekson (1999 y 2001), De la Fuente (1997), Khan y Kumar (1997). Un caso particular de esta corriente, por lo especial atención que ha recibido que ha recibido el análisis de la inversión pública y el crecimiento económico.

El objetivo de este trabajo es analizar la incidencia de la inversión pública en el crecimiento económico de Bolivia. Esta investigación se diferencia de dos aspectos fundamentales. El primer aspecto radica en la técnica econométrica a usar, ya que la mayoría de los trabajos utilizan series de tiempo o sección cruzada, pero en esta investigación se utilizara datos de panel que se distingue con los otros trabajos. El segundo aspecto esta en los datos que vamos a emplear que corresponde a los nueve departamentos de Bolivia. El motivo para usar datos de panel en lugar de series temporales o corte transversal es la eficiencia que se gana como queda demostrado en las investigaciones efectuadas por Baltagi y Griffin (1997).

La siguiente investigación de trabajo toma algunas consideraciones: **Parte II**, toma los aspectos generales sobre la investigación, que están dividido en dos capítulos: capítulo 1, corresponde a problema de investigación y capítulo 2, formulación de hipótesis y la metodología de la investigación. **Parte III**, considera la parte teórica sobre la relación existente entre la inversión pública y el crecimiento económico, tomando como base teórica originada por Robert Barro. **Parte IV**, considera el marco práctico, es decir los resultados e interpretaciones de los mismos y finalmente la **Parte V**, presenta las conclusiones y recomendaciones.

¹ Aschauer, D. A. "Is public expenditure productive?" Journal of monetary Economics, 1989, vol.23, pp 177-200.

PARTE II

FUNDAMENTOS GENERALES

Capítulo 1: Problema de investigación

Capítulo 2: Formulación de hipótesis

Capitulo 1

Problema de investigación

1.1. Objetivos de la investigación

En esta sección estará dedicada a desarrollar los objetivos propuestos a ser alcanzados en esta investigación, formulando el objetivo general y específico.

a) Objetivo general

Determinar el impacto de la inversión pública sobre la tasa de crecimiento económico en Bolivia, para él se usa datos de panel considerando el periodo 1990-2012.

b) Objetivos específico

Para alcanzar nuestro objetivo general, primero se debe cumplir con ciertos objetivos específicos como:

- ❖ Analizar la evolución del crecimiento del PIB per cápita.
- ❖ Analizar la evolución de la inversión pública total y departamental según sus rubros.
- ❖ Establecer el grado de relación que existe entre la inversión pública y el crecimiento económico.
- ❖ Plantear un modelo econométrico que relacione la tasa de crecimiento con la inversión publica

1.2. Preguntas de investigación

Las preguntas fundamentales son las siguientes.

- ❖ ¿Porque es importante el crecimiento económico?
- ❖ ¿Cuál es el aporte del gasto en la inversión pública sobre el crecimiento en la economía?
- ❖ ¿La inversión pública tendrá un efecto significativo sobre el crecimiento?
- ❖ ¿Cuál de los cuatro sectores de la inversión pública tiene un efecto sostenido sobre el crecimiento?
- ❖ ¿En qué departamentos el gasto publico ha sido significativo en su PIB?

1.3. Justificación de la investigación

El crecimiento económico ha sido y continúa siendo uno de los temas más apasionantes de la economía. Como todos se preguntaran ¿Por qué crece un país más rápido que la otra?, ¿Qué factores hace que crezca una economía?, la opinión pública nos dirá cuatro respuestas básicas: la primera nos dirán que las economías crecen porque los trabajadores están cada vez más capacitados, tienen más instrumentos y mas capital con que trabajar. El segundo es que las empresas deban invertir más. El tercero será que el sector público invierta más. El cuarto será la educación, el tipo tecnológico que relaciona en el crecimiento económico. Entonces hay unas rigurosas respuestas a estas preguntas, por eso el objetivo de esta investigación es analizar la inversión pública en el crecimiento.

Muchos modelos de crecimiento se han propuesto y uno de los aspectos que diferencian a los modelos son las variables que utilizan; de hecho, la identificación de los determinantes del crecimiento es una de las principales búsquedas de los economistas. Como se explicó anteriormente, existe un amplio debate sobre la importancia que tiene la inversión y el crecimiento económico. Debido a que las formulaciones teóricas que necesitan de *contrastaciones empíricas* que las respalden y, además, en el análisis empírico de determinados fenómenos, el que da origen a la formulación de modelos teóricos, es necesario aportar al estudio de la relación entre la inversión y el crecimiento económico y lo hacemos con el caso concreto de la economía boliviana.

1.4. Identificación del problema

La inversión pública en el periodo de 1990 a 2012 ha representado valores que equivalen entre 5.9% y 10.6% del PIB, alcanzando su pico máximo en 2012 y el mínimo en la gestión de 1998 con un 5,9%. En promedio de 7,7% del PIB en todo el periodo analizado que equivale a un 25 millones de bolivianos. El comportamiento de los sectores de la inversión pública (Infraestructura, Social, Productivo y Multisectorial), detallándolo a estos sectores tenemos en promedio que el 45.4% del total de la inversión pública fue destinando al sector de infraestructura con un valor monetario de 7.9 millones de bolivianos, mientras que la inversión social represento 30.5% del total de los recursos públicos destinados a la formación de capital, y por lo tanto el sector productivo ocupa el tercer lugar con un promedio de 16.7% en términos de la inversión total y por ultimo con un promedio 7.3% que representa el sector multisectorial, y donde la variable de ajuste parece que se encuentra en la inversión en infraestructura seguido por el sector social.

El estado debería realizar inversiones sobre el sector de la producción, porque es el más influyente en el crecimiento económico en el largo plazo, mientras el sector infraestructura solo realiza al apoyo del sector privado. Por el otro lado está el crecimiento económico llegando a un máximo de 6,1% en 2008, y un mínimo de 0,4%.

Por el otro lado, las asignaciones de la inversión departamental, han sido heterogéneas que se analizaran en dos casos: el primer caso correspondiente a los años 1990-2000, segundo caso de 2001-2012. Primer caso, la mayor asignación correspondió a Santa Cruz, que recibió en promedio 22,38% del total de la inversión, correspondiente a la gestión de 1990 a 2000. La paz dedico el 19,33%, seguido por Cochabamba con un 18,54% del total de la inversión pública total. Con una concentración total de inversión de un 60,26%. Un importante elemento de la inversión pública que estuvo encaminado al sector de infraestructura, especialmente dirigida a la construcción de escuelas y hospitales como también caminos y carreteras.

1.5. Planteamiento del problema

Cuál es la relación que existe entre la inversión pública y el crecimiento económico en Bolivia para el periodo 1990-2012

Capítulo 2

Formulación de hipótesis

2.1. Hipótesis de Investigación

De acuerdo a las preguntas realizadas en la sección 1.2 del capítulo precedente, la hipótesis de investigación es de tipo causal, y se expresa de la siguiente manera:

“La inversión pública tiene un efecto sostenido sobre la tasa crecimiento económico”.

2.2. Identificación de variables

Las variables a utilizar para el análisis de esta investigación para el modelo econométrico con el propósito de establecer una relación entre la inversión pública y el crecimiento económico, se proponen distintas variables que son las siguientes.

a) Variable Explicada

De acuerdo con la realización de la hipótesis se puede apreciar que tiene una sola variable explicada que es la tasa de crecimiento del Producto Interno Bruto per cápita. $\Delta \ln y_{i,t}$

b) Variable explicativa

De acuerdo con la realización de la hipótesis se puede apreciar que tiene una sola variable explicativa que es la inversión pública $X_{i,t}$.

2.3. Método de investigación

El estudio a investigar tiene las siguientes características en cuanto a la metodología: primero tiene un enfoque cuantitativo, y por ende un método deductivo, ya que tratamos de estimar a inversión pública sobre el crecimiento económico aparte de ser cuantitativo es un estudio correlacional y explicativo. Correlacional, porque relacionamos la variable producto interno bruto con la variable inversión y explicativo no solo establecemos la relación entre estas variables sino que vamos a explicarlos a través de la medición de cada variable.

Los datos obtenidos del PIB departamental en términos reales fueron obtenidos del Instituto nacional de estadística (INE). Por consiguiente los datos Estadísticos sobre la inversión pública fueron obtenidos del Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE), dichos datos están expresados en dólares, por lo tanto se los convirtió a bolivianos usando el tipo de cambio promedio para cada año y luego fueron deflactados usando el deflactor implícito del producto de cada departamento donde se realizó dicha inversión según correspondió. Los datos de inversión pública fueron desagregados en cuatro sectores infraestructura, productivo, social y multisectorial, de acuerdo a la clasificación hecha por el VIPFE. Todos estos datos, fueron obtenidos para los nueve departamentos de Bolivia durante el periodo 1990-2012, tanto para el Producto Interno Bruto y la Inversión Pública.

2.4. Delimitación de la investigación

El tema de investigación está delimitado de manera temporal y espacial.

a) Temporal

La delimitación temporal de la investigación abarca los años 1990 a 2012, en forma anual.

b) Espacial

La presente investigación toma como esencia el análisis de la inversión pública en el crecimiento económico en el contexto boliviano.

PARTE III

MARCO TEÓRICO

Capítulo 3: Marco conceptual

Capítulo 4: Modelo de Robert Barro

Capítulo 3

Marco conceptual

En este apartado se verá algunas nociones que se utilizarán en la investigación, que son necesarias para la fundamentación teórica, y para el buen desempeño de la modelación econométrica.

3.1. Estructura del Producto Interno Bruto (PIB)

Todos los bienes y servicios que se produce en una economía se gasta, Incluso si no se vende un producto se guarda para venderlo después. Entonces según el agente económico que realiza el gasto (hogares, empresas, gobierno, o extranjeros) y la naturaleza de este, el PIB por el lado del gasto se puede expresar de la siguiente manera.

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + X_t - M_t \quad [4.1]$$

Donde Y_t es el PIB, C_t es el consumo, I_t la inversión, G_t gasto del gobierno, X_t exportaciones e M_t importaciones². Por lo tanto en esta investigación solo tomara en cuenta el tercer componente " G_t " del PIB, donde constituye la compra de bienes y servicios por parte del estado, esta categoría comprende los *gastos de consumo del estado y la inversión pública*³.

Sin embargo puede desglosarse en dos componentes: La primera es que comprende todos los ámbitos de la administración pública, ya sea local o central. La segunda, comprende las compras de bienes y servicios, pero no tiene en cuenta las transferencias del estado.

En G hemos puesto todos los gastos del gobierno, y dependiendo de si hablamos el gasto total o de gasto corriente, estaremos incluyendo o excluyendo la inversión, respectivamente. Sin embargo, no existe un acuerdo acerca del cual es la definición más correcta. La inversión es un gasto, pero no genera ingresos futuros y aumenta el patrimonio del Estado. O sea, como gasto lo anotaríamos "sobre la línea" pero como un aumento en el patrimonio del

² José de Gregorio (2007), "Macroeconomía Teoría y Políticas". Pág. 15

³ Robert J. Barro, Vittorio Grilli con Ramón Febrero (1997), "Macroeconomía Teoría y Política". Pág. 40

gobierno iría “bajo la línea”. La idea de hablar de sobre o bajo la línea (jerga muy común cuando se habla de déficit fiscal) tiene que ver con la contabilidad de flujos de ingresos y gastos, que van sobre la línea y cambios en el stock de activos netos, que corresponden al financiamiento, y por lo tanto van bajo la línea⁴.

Volvamos al caso de la inversión. Suponga que el gobierno compra acciones de una empresa, cosa poco usual pero útil para ilustrar la idea. Estas operaciones aumentan el valor de los activos netos del gobierno, por lo tanto irían bajo la línea. Con esta misma lógica, los ingresos de privatizaciones, forma parte del financiamiento y por lo tanto también deberían ir bajo la línea.

3.2. Nociones sobre la inversión y crecimiento económico

3.3. Inversión

La inversión consiste en bienes que se mantienen para el futuro y, por lo tanto, no son consumidos. Los bienes se mantienen, ya sea para la producción de bienes (como es el caso de las maquinas y los edificios), o como productos finales para ser vendidos en el futuro.

El comportamiento de la inversión nos preocupara especialmente en nuestro estudio de las fluctuaciones económicas. Con este fin es necesario distinguir entre la inversión privada y la inversión pública⁵.

a) Inversión Pública

En concreto, las variaciones en la inversión pública se deben frecuentemente a consideraciones políticas y, por tanto, escapan a los principios macroeconómicos elementales. La inversión pública son un conjunto de erogaciones públicas que afectan la cuenta de capital y se materializan en la formación bruta de capital (fijo y existencias) y en las transferencias de capital a otros sectores. Erogaciones de las dependencias del sector central, organismos descentralizados y empresas de participación estatal destinadas a la construcción, ampliación, mantenimiento y conservación de obras públicas y en general a todos aquellos gastos destinados a aumentar, conservar y mejorar el patrimonio nacional. La inversión pública inicia con empresas estatales, con los impuestos que pagaron todos los trabajadores, de esa empresa privada, los que pagan los que trabajan por su cuenta y los que les cobran a la nueva empresa que creó el estado.

⁴ Esto es análogo a la contabilidad externa, donde la cuenta corriente estaría arriba de la línea, y la cuenta financiera debajo de la línea.

⁵ Robert J. Barro, Vittorio Grilli con Ramón Febrero (1997), “*Macroeconomía Teoría y Política*”. Pág. 277

b) Inversión Privada

En concreto, la inversión privada es cuando un emprendedor, con capital propio, o de accionistas, amigos o de algún inversor, inicia una empresa de cualquier actividad lícita, con lo cual crea empleos, gana y paga impuestos.

Luego de haber distinguido la conceptualización de la inversión pública de la inversión privada, se considera que se utilizara para ambos casos la función de inversión. La inversión fija también llamada Formación Bruta de Capital Fijo⁶, como se verá no todo es adición (K_t), también hay reemplazo. Las maquinarias, las construcciones, los caminos etcétera, se van gastando con el tiempo y por lo tanto, parte de la inversión simplemente repone el capital que se deprecia. A partir de estas, se diferencia la inversión bruta e inversión neta que nos presenta de la siguiente manera.

$$\text{Inversión Bruta} = \text{Inversión Neta} + \text{Depreciación}$$

Si representamos en forma matemática tendremos la siguiente ecuación:

$$I_t = K_{t+1} - K_t + \delta K_t \quad [4.2]$$

Dado que I_t es la inversión fija bruta en el periodo t , $K_{t+1} - K_t$ representa la inversión neta, y δK_t , representa la depreciación del capital en el periodo t , a una tasa constante $\delta \in (0,1)$, obtenemos que el stock de capital evoluciona según la siguiente Ley de Movimiento.

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) K_t \quad [4.3]$$

3.4. Crecimiento económico⁷.

Consiste en la expansión del PIB potencial de una zona geográfica determinada (región, país, conjunto de países, etc.), lo cual representaría ampliar la frontera de posibilidades de producción en el territorio considerado. Asimismo es necesario distinguir el concepto de crecimiento sostenido, que sería aquel que se consigue aprovechando al máximo las capacidades productivas del país. Es decir, una tasa de crecimiento de la producción suficiente y sostenida, que permita mejorar el nivel de vida de la población⁸. En este sentido

⁶ La palabra fijo se usa para bienes duraderos como ser: equipos, edificios y otros, para que estos bienes tengan duración de largo tiempo tanto de promoción pública como privada

⁷ Juan Cuadrado R. (2005), "Política Económica". Pag.205

⁸ El crecimiento sostenido del PIB se le calcula mediante la siguiente notación. $(PIB_t - PIB_{t-1}) / PIB_{t-1} \approx \Delta \ln PIB_{t-1}$

el concepto de crecimiento sostenido haría referencia al tipo de crecimiento económico que permite que las generaciones futuras pueden disfrutar de los mismos recursos medioambientales que las generaciones procedentes.

3.5. Producto Interno Bruto⁹

Es el valor de los bienes y servicios finales producidos en la economía durante un determinado periodo, generalmente un año, donde se puede diferenciar el PIB real con lo nominal¹⁰. El PIB real también llamado PIB a precios constantes, es un intento por medir solo los cambios en la producción, para ello, en todos los periodos se valora la producción a los precios de una año base¹¹. Mientras que el PIB nominal o PIB a precios corrientes se valora por los cambios tanto en el precio (p) como en la producción (q)¹².

3.6. Producto Interno Bruto per Cápita

También llamado ingreso per cápita que es una magnitud que trata de medir la riqueza material disponible. Se calcula simplemente como el PIB_t total dividido entre el número de habitantes N_t

⁹ Francisco Mochón, Consuelo Gámez (1996), "Macroeconomía". Pág. 9

¹⁰ José de Gregorio (2007), "Macroeconomía Teoría y Políticas". Pág. 22

¹¹ El PIB real denotado por: $y_t = \sum_{i=0}^n p_{i,0} q_{i,t}$

¹² El PIB nominal denotado por: $y_t = \sum_{i=0}^n p_{i,t} q_{i,t}$

Capítulo 4

El modelo de Robert Barro

La teoría que se requiere para abordar la relación entre crecimiento económico y la gasto público comprende, por un lado, explicaciones teóricas sobre la relación que existe entre ellos y, por otro lado, la teoría econométrica que nos permitirá contrastar la teoría con la práctica, en este sentido, se proponen tres apartados, los dos primeros se teorizan la relación entre crecimiento económico y la inversión pública y la tercera parte será explicado por modelos econométricos que serán utilizados en el marco práctico

4.1. El modelo

En esta sección presentamos el modelo teórico cuyo origen se debe a *Robert J. Barro*, donde su presentación se hace énfasis en tiempo continuo.

En los modelos de crecimiento endógeno como presenta Barro, la política del gobierno tiene implicaciones en la tasa de crecimiento económico incluso en un horizonte de largo plazo determinado por una serie de variables endógenas. Siempre y cuando la acción política altere permanentemente los niveles de las variables (inversión en capital físico y humano) que determinen el crecimiento o que afecte a los avances tecnológicos (como innovación, fortaleza de las instituciones, seguridad, infraestructura¹³, entre otros) podrán constantemente influir en el crecimiento de largo plazo. Esto genera una externalidad positiva para la rentabilidad de las inversiones privadas promoviendo mayor crecimiento económico, sin embargo el tamaño excesivo de los recursos destinados en consumo público por la estructura de financiamiento podría generar distorsiones a través del mercado de tal manera que se relacione negativamente con la dinámica del crecimiento económico. Viendo estos argumentos, Barro (1990) desarrolla una teoría según la cual permita encontrar el tamaño óptimo del gasto público.

¹³ Barro retoma esta discusión del trabajo de Aschauer (1989), que afirma que los servicios de infraestructura del gobierno son especialmente deseables en este contexto.

4.2. Función de producción

Barro introduce la provisión de servicios públicos g como input adicional productivo en la función de producción, además se asume que es un bien privado; es decir, rival y excluible y por tanto son bienes que no están sujetos a problemas de congestión¹⁴. De esta forma, la función de producción, cuya especificación es de tipo *Cobb - Douglas*.

$$Y_i = AK_i^\alpha (gL_i)^{1-\alpha} \quad [5.1]$$

Donde $\alpha \in (0,1)$, A es la tecnología, que esta ecuación implica que la producción se caracteriza por rendimientos constantes a escala de los factores privados L_i y K_i (cantidad de capital privado utilizado) y aceptando el supuesto de que la población activa L_i ¹⁵ es constante. Para G ¹⁶ un bien público agregado, la economía se enfrentara a rendimientos decrecientes de la acumulación de capital agregado K_i . Ahora bien si G crece cuando crece K , la ecuación [5.1] indica que dichos rendimientos decrecientes no aparecerán, es decir, la función de producción especifica de rendimientos constantes a escala de K_i y G para un L_i constante. Por este motivo es capaz de generar *crecimiento endógeno*, al igual que el modelo AK . Observando en la ecuación anterior implica que los servicios públicos son complementarios a los factores privados, en el sentido de que un aumento de G aumenta el PMg de L_i y K_i ¹⁷.

Analizando tres casos sobre el exponente de G de la ecuación [5.1]. Primer caso si el exponente fuera inferior a $1 - \alpha$, por lo tanto se produciría rendimientos decrecientes de K_i y G , que se eliminaría el crecimiento endógeno. El segundo si el exponente fuera mayor a $1 - \alpha$, se produce rendimientos crecientes. Por último si nos encontramos si la potencia de G fuera a $1 - \alpha$, de manera que los rendimientos son constantes a escala de K_i y G , implica que la economía es capaz de generar un crecimiento endógeno.

¹⁴ La congestión aparece cuando un aumento del bien público no es excluyente y por tanto el incremento de su uso reduce la productividad de otros agentes, ejemplo: Aeropuertos, autopistas, infraestructura educativa, entre otros.

¹⁵ Se supone que la población L a una tasa constante y exógena, η , tal que $\dot{L}/L = \eta \geq 0$. Por tanto, el crecimiento de la población en t es igual a $L(t) = e^{\eta t}$ con lo cual tenemos una economía real con población constante.

¹⁶ Donde $G = gL$; Donde $g =$ Gasto per cápita y $L_i =$ Fuerza de trabajo.

¹⁷ Robert J. Barro || Xavier Sala-i-Martin (2009), "*Crecimiento Económico*". Cap. 4

4.3. Restricción presupuestaria del gobierno

Se supone además, una condición de equilibrio fiscal y por tanto en cada periodo el gasto público debe ser financiada con impuestos τ sobre el nivel de renta¹⁸. Siendo esta estructura de financiamiento la razón por la cual se considera el gasto público se vuelve endógena, por estar en función del stock de capital físico. Donde en el largo plazo no existe desequilibrio fiscal y la ecuación denotada de la siguiente forma.

$$g = T = \tau y = k[\tau A]^{\frac{1}{\alpha}} \quad [5.2]$$

Es decir que la ecuación anterior obliga al gobierno a ejecutar un presupuesto equilibrado, teniendo en cuenta que el gobierno no puede financiar el déficit mediante la emisión de deuda, ni superávit por acumulación de activos.

Desde esta perspectiva la externalidad del gasto es donde el modelo adquiere las propiedades de uno de tipo AK ya que se asume que la tecnología es constante, lo que significa que la evolución del capital y el consumo carecen de transición dinámica.

4.4. Ecuación Fundamental de Barro

Suponiendo que el ahorro es proporcional al ingreso disponible, donde la proporcionalidad es la propensión marginal al ahorrar.

$$S = sY^d = s(1 - \tau)yL \quad [5.3]$$

Donde $s \in (0,1)$, e y es el ingreso per cápita.

La inversión bruta esta expresada por el cambio en el stock de capital existente mas tasa de crecimiento poblacional y la depreciación del capital por el capital.

$$I = \left[\dot{k} + (\eta + \delta)k \right] L \quad [5.4]$$

Por la condición de equilibrio tenemos que el ahorro es igual a la inversión, por consiguiente tenemos la siguiente expresión, *llamado ecuación fundamental de Barro*.

$$\dot{k} = s(1 - \tau)Ak^\alpha g^{1-\alpha} - (\eta + \delta)k \quad [5.5]$$

También se la puede expresar de la siguiente manera la ecuación fundamental de Barro.

$$\dot{k} = (1 - \tau)Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - (\eta + \delta)k \quad [5.6]$$

¹⁸ Debido a que el horizonte para el agente representativo se extiende hasta el infinito, lo que implica que cualquier supuesto hecho sobre la financiación del gasto público mediante deuda tendría efectos irrelevantes. (Romer "macroeconomía avanzada" cap.2)

Dividiendo la ecuación [5.5] sobre k , obtenemos la tasa de crecimiento del capital denominado versión Barro, al mismo tiempo sustituyéremos la ecuación [5.2] en [5.5] y se obtiene la ecuación de acumulación del capital que esta expresión de la siguiente manera.

$$\gamma_k = s(1-\tau)A^\alpha \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta) \quad [5.7]$$

A diferencia de lo que ocurre en el modelo AK , en donde la imposición solo tenía un efecto negativo sobre la tasa de crecimiento a través del término $(1-\tau)$, ahora el tipo impositivo tiene también un efecto positivo a través de $\tau^{1-\alpha/\alpha}$. Para niveles bajos de τ aumenta el tipo impositivo de tendrá efectos positivos sobre la tasa de crecimiento del PIB per cápita puesto que dominaran los efectos del gasto público sobre la productividad del capital privado. A medida que τ va aumentando este efecto se ve compensado por los efectos negativos que genera una mayor presión fiscal. De hecho existe un tamaño óptimo del sector público en esta economía, que puede calcularse derivando la ecuación [5.6] respecto a τ , lo que da lugar a que el valor óptimo del tipo impositivo que maximiza la tasa de crecimiento del PIB per cápita.

4.5. Modelo de crecimiento endógeno con hogares optimizadores

De otra parte, se considera que la sociedad esta adecuadamente representada por un agente que busca maximizar una función de bienestar. Este se mide por el valor presente de una serie de utilidades que se extiende hasta el infinito.

La representación de la función, con agentes de vida infinita en una economía cerrada busca maximizar la función de utilidad, dado por:

$$Max_{\{c_t\}_{t=0}^{\infty}} : U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) dt \quad [5.8]$$

Donde $u(c_t)$ es la función de utilidad (felicidad) instantánea que depende del consumo per cápita en el tiempo t esta función de utilidad es creciente y cóncava es decir $u' > 0$ y $u'' < 0$. Este supuesto de la concavidad implica una preferencia por el consumo regular a lo largo del tiempo, es decir, tratar de suavizar su consumo. Además, $u(c_t)$ cumple con las condiciones de Inada, esto es $\lim_{c_t \rightarrow 0} u'(c_t) = \infty$, $\lim_{c_t \rightarrow \infty} u'(c_t) = 0$, finalmente $\rho > 0$ es la tasa de descuento, cuanto mayor es ρ , menor es el valor que la economía domestica otorga al

consumo futuro en relación con el consumo presente¹⁹. La función de utilidad adopta la forma:

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \quad \text{si: } \sigma \neq 1 \quad \wedge \quad \sigma \geq 0 \quad [5.9]$$

Esta forma funcional, conocida como utilidad con *aversión relativa al riesgo constante* (ARRC) es necesaria para que la economía converja hacia un estado estacionario. Con σ igual la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal²⁰ y por tanto es independiente de c . Podemos derivar lo dicho arriba al dar la siguiente forma a la función de utilidad y como es habitual partimos del supuesto de que las familias tienen como objetivo maximizar la función de utilidad, pero sujeto a una restricción.

$$\text{Max}_{\{c_t\}_{t=0}^{\infty}} : U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\rho-\eta)t} \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt \quad [5.10]$$

Sujeto a:

$$\dot{k} = (1 - \tau) Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - (\eta + \delta)k$$

Para solucionar este problema se debe cumplir que $\rho > \eta$ es decir que la tasa de descuento tiene que ser mayor que la tasa de crecimiento poblacional, porque los agentes individualmente toman al gasto público como dado.

¹⁹ Podemos expresar también la utilidad como: $\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho't} u(c_t) dt$, si $\rho' = \rho - \eta$. Dado que $L(t) = L(0)e^{\eta t}$, esta expresión es igual a la que aparece en la ecuación [5.9].

²⁰ La elasticidad de sustitución intertemporal entre el consumo en el momento t_1 y en el momento t_2 viene dada por el inverso de la variación proporcional del valor de la pendiente de una curva de indiferencia en respuesta a la variación proporcional del ratio $c(t_1)/c(t_2)$. Si denominamos ε a esa elasticidad sería.

$$\varepsilon = \left[\frac{c(t_1)/c(t_2)}{-u'[c(t_1)]/u'[c(t_2)]} \cdot \frac{d\{u'[c(t_1)]/u'[c(t_2)]\}}{d\{c(t_1)/c(t_2)\}} \right]^{-1}$$

Donde $-u'[c(t_1)]/u'[c(t_2)]$ es el valor de la pendiente del curva de indiferencia. Si $t_2 \rightarrow t_1$, obtenemos la elasticidad instantánea. $\varepsilon = -u'(c)/u''(c) \cdot c$. Que es la inversa del valor de la elasticidad de la utilidad marginal.

Entonces el *Hamiltoniano* para este problema es:

$$H(\bullet) = e^{-(\rho-\eta)t} \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \mu_t \left[(1-\tau) A k^\alpha g^{1-\alpha} - c - (\eta + \delta) k \right] \quad [5.11]$$

Realizando algunas maniobras en la optimización se puede llegar a la siguiente ecuación de la tasa de crecimiento del consumo.

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha (1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - (\rho + \delta) \right] \quad [5.12]$$

Esta ecuación nos dice que la tasa óptima del consumo por trabajador es la razón del producto marginal del capital menos la tasa de depreciación y la tasa de descuento intertemporal dividido sobre la elasticidad de la utilidad marginal con respecto al consumo por trabajador. De la solución [5.11] se obtiene la tasa de crecimiento del consumo per-cápita que es en función de g/k . De la expresión del presupuesto equilibrado, $g = k [\tau A]^{1/\alpha}$, se obtiene la ecuación de la tasa de crecimiento de consumo.

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha (1-\tau) A^{1/\alpha} \tau^{1-\alpha} - (\rho + \delta) \right] \quad [5.13]$$

Podemos apreciar que los parámetros son constantes y por ende la tasa de crecimiento también es constante. Como $g = k [\tau A]^{1/\alpha}$, es constante en el tiempo, lo que permite mostrar que hay una senda de crecimiento equilibrado del consumo, producto y el capital a la misma tasa. Es decir:

$$\gamma = \gamma_k = \gamma_y = \gamma_c = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha (1-\tau) A^{1/\alpha} \tau^{1-\alpha} - (\rho + \delta) \right] \quad [5.14]$$

En efecto si tomamos la restricción presupuestaria y se la divide por k , al mismo tiempo se tomamos logaritmos y derivamos con respecto al tiempo, terminamos por concluir encontrando la ecuación anterior. Barro supone que la tecnología es lo suficientemente productiva como para asegurar un estado con sendas de crecimiento balanceado. La función de utilidad esta acotada y se parametriza para que no tengan trayectorias explosivas.

La ecuación [5.14] nos muestra que la tasa de crecimiento del producto *per-cápita* es estable si los parámetros de la función de producción, la tasa de tributación (proporción gasto público sobre el producto), la tasa de depreciación y la tasa de crecimiento poblacional son estables. Por tanto, este modelo hace parte de los llamados de “crecimiento endógeno”.

4.6. Relación entre el tamaño del estado y la tasa de crecimiento

De la ecuación [5.14], podemos apreciar la relación entre el impuesto τ que cobra el gobierno y la tasa de crecimiento de la economía. Para analizar el tamaño del estado y de la tasa impositiva, se debe ver los siguientes casos cuando: $\tau = 0$, $\tau = 1$ y $0 < \tau < 1$. Si $\tau \in (0,1)$.

a) Si $\tau = 0$, cuando la tasa marginal de tributación es nula.

Si reemplazamos en la ecuación anterior se obtiene que, $\alpha(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} = 0$, por lo consiguiente, la tasa de crecimiento del producto per-cápita es negativa:

$$\gamma_y = -\frac{1}{\sigma}[\rho + \delta] < 0$$

Dado que:

$$\underbrace{\rho + \sigma \left(\frac{\dot{c}}{c} \right)}_{\text{Beneficio obtenido del consumo}} = \underbrace{\left[\alpha(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \delta \right]}_{\text{Beneficio o rendimiento neto de la inversión}}$$

Es claro que γ_y sí $\tau \rightarrow 0$. Como $\tau = G/Y$, el primer caso implica que no hay suministro del bien público. Debido a que la función de producción satisface las condiciones de *Inada*, si no hay suministro del bien público no hay producción y por lo tanto el nivel de consumo es negativo.

b) Si $\tau = 1$, cuando la tasa marginal de tributación es 100%.

Cuando el estado se lleva todas las ganancias, las empresas no se ven incentivadas a producir y con esto se obtiene nuevamente una tasa de crecimiento negativa.

Si reemplazamos en la ecuación [5.14] se obtiene que, $\alpha(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} = 0$, esto implica que se obtendrá una tasa de crecimiento del producto per-cápita negativa.

$$\gamma_y = -\frac{\rho + \delta}{\sigma} < 0$$

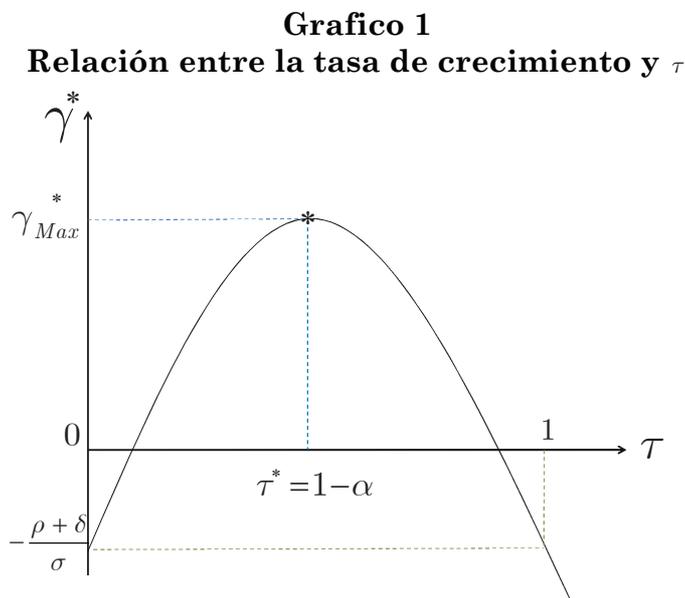
Por el contrario, $\tau \rightarrow 1$ implica que todo el producto se recauda, lo cual desestimula la producción.

c) Si $0 < \tau < 1$, cuando la tasa marginal de tributación está entre 0 y 1.

Para $0 < \tau < 1$ la tasa de crecimiento de la economía es positiva. Sin embargo, $\forall \tau < \tau^*$ se tiene que $(\partial \gamma_y / \partial \tau) > 0$, mientras que $\forall \tau > \tau^*$, $(\partial \gamma_y / \partial \tau) < 0$. La derivada parcial será igual a cero sólo cuando $\tau = \tau^*$, es decir, cuando el tributo (o el nivel de gasto como proporción del PIB) sea igual al óptimo: en este caso se *maximiza* la tasa de crecimiento de la economía. En este caso el estado va obtener ingresos fiscales y a su vez las empresas se ven incentivadas a producir. De otro lado dicha tasa de tributación τ , se puede financiar dicho gasto público. Para ver los casos anteriormente y la tasa de tributación que maximiza la tasa de crecimiento de la economía es.

$$\frac{\partial \gamma_y}{\partial \tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau^* = 1 - \alpha}$$

Para esto se puede ver la siguiente *grafica 1* donde la curva tiene forma de U invertida.



Fuente: Robert J. Barro

Por lo que el tipo impositivo que maximiza la tasa de crecimiento de la economía es, $\tau^* = 1 - \alpha$. Si el gobierno escoge la óptima recaudación de los impuestos, entonces la tasa de crecimiento sería:

$$\gamma_{Max}^* = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha^2 (1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A^{\frac{1}{\alpha}} - \rho - \delta \right] \quad [5.15]$$

4.7. Un problema de planificación para el Gobierno

A menudo es razonable preguntarse si el equilibrio que alcanza el mercado es “bueno”. Es decir, si dejamos que los individuos escojan libremente la cantidad de producto que ahorran y consumen de acuerdo con sus preferencias y restricciones físicas, si dejamos a las empresas maximizar beneficios y que los mercados actúen libremente para equilibrar ofertas y demandas.

El planificador poseerá las siguientes propiedades: Primero, el planificador tendrá el mismo objetivo que los individuos (es decir, maximizan la misma función de utilidad [5.9]). La razón por la que supondremos que el planificador maximiza la misma función de utilidad es que, al querer utilizar el planificador como aquel ser que lo hace todo bien para compararlo con los individuos privados, debemos suponer que los objetivos del planificador y de los individuos privados son parecidos, ya que, si no, van a encontrar soluciones trivialmente distintas, lo cual no sería interesante. Segundo, el planificador tendrá como única restricción física que dice que todo el producto utilizado (para consumo, para inversión o para lo que sea) debe ser producido por la propia economía. Finalmente a diferencias de los individuos privados, el planificador tendrá en cuenta todos los mecanismos, todas las externalidades y de toda la información que exista en la economía a la hora de tomar decisiones.

El resultado en este caso será diferente del obtenido en el supuesto de familias productoras, debido a que el planificador tomará en consideración los efectos distorsionadores del impuesto sobre la renta.

a) Preferencias

El planificador maximiza la función de utilidad del individuo.

$$Max_{\{c_t\}_{t=0}^{\infty}} : U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\rho-\eta)t} \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt \quad [5.16]$$

b) Restricción presupuestaria

La cantidad de output producida debe ser repartida entre consumo, inversión y gasto público.

$$y_t = c_t + \dot{k}_t + g_t$$

Es decir:

$$\dot{k}_t = Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t - (\eta + \delta)k_t - g_t \quad [5.17]$$

c) Tasa de crecimiento del consumo

De modo que el planificador maximiza la función de utilidad del individuo [5.16] sujeto a la nueva restricción [5.17]. El Hamiltoniano de este problema es

$$H(\bullet) = e^{-(\rho-\eta)t} \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \mu [Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t - (\eta + \delta)k_t - g_t] \quad [5.18]$$

Si procedemos a efectuar algunas operaciones, acabaremos por obtener que la tasa de crecimiento de una economía regida por un planificador está dada por la siguiente ecuación.

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha(1-\alpha) A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\rho + \delta) \right] \quad [5.19]$$

Si comparamos esta tasa de crecimiento con la que se obtiene en el equilibrio competitivo cuando el gobierno escoge el tipo impositivo que maximiza la tasa de crecimiento [5.14] aparecería que el parámetro α multiplicado por la tasa de rendimiento. Dado que $\alpha < 1$, es evidente que la solución competitiva proporciona una tasa de crecimiento de la economía inferior, para todo τ . La razón intuitiva por la que sucede esto ya fue indicada anteriormente al tomar decisiones de inversión, los agentes privados consideran el rendimiento neto después de impuestos. Como el rendimiento neto se ve reducido por el hecho de que existe un impuesto sobre la renta (recuérdese que $\tau^* = 1 - \alpha$ por lo que $1 - \tau^* = \alpha$), los agentes privados escogen invertir menos de lo que es óptimo (es decir, menos que el planificador). La necesidad de financiar el gasto público con impuestos distorsionadores²¹ hace que la economía alcance un equilibrio subóptimo.

²¹ Impuestos distorsionadores: su devengo y liquidación dependen de características que el individuo (sujeto pasivo) puede alterar. Por tanto, pueden inducir modificaciones en la conducta para minorar el impuesto o para evitarlo, de ahí, la calificación de distorsionadores. Los impuestos sobre el consumo, sobre la producción o sobre la renta personal, son impuestos distorsionadores.

PARTE IV

MARCO PRÁCTICO

Capítulo 5: Características de la inversión pública y crecimiento económico

Capítulo 6: Evidencia empírica (Planteamiento del modelo econométrico)

Capítulo 5

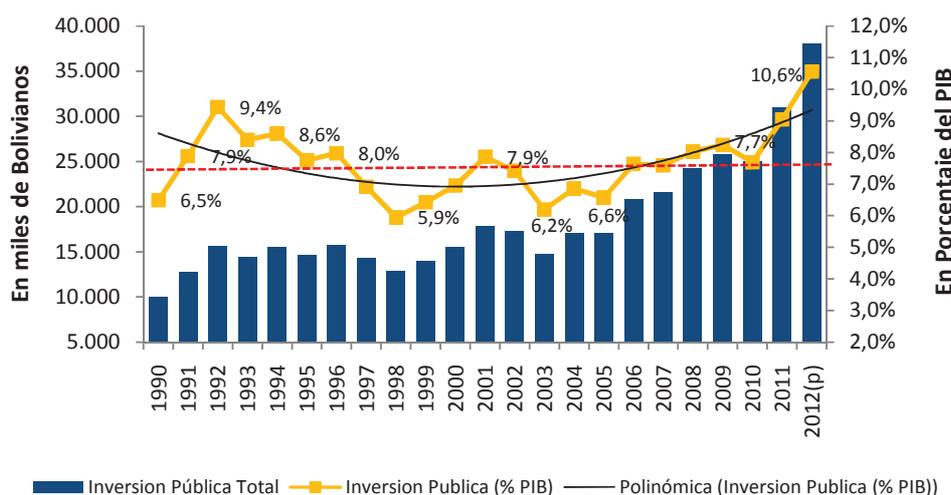
Características de la inversión pública y crecimiento económico

5.1. La tendencia de la inversión pública en Bolivia

Uno de los determinantes del bienestar económico son los niveles de renta per-cápita, y para ello el estado debe realizar inversiones en diferentes sectores, ya que esta muestra el grado de compromiso que tiene el sector público con el crecimiento económico en Bolivia. El tamaño del sector público, y las distintas funciones del gasto público y la estructura fiscal que través de la cual financia la inversión pública de manera que influyen en las decisiones económicas y en la actuación de los agentes privados.

La inversión pública muestra también la eficacia de la gestión pública a la hora de cumplir los objetivos que se ha propuesto. Por lo tanto, se observa en el *grafico 2*, que muestra el comportamiento de la inversión pública ejecutada como porcentaje del PIB en el eje derecho, mientras que en el otro eje se mide la inversión pública en miles bolivianos.

Grafico 2
Bolivia: Inversión Pública como porcentaje del PIB 1990-2012



Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia
(p) preliminar

La inversión pública en el periodo de 1990 a 2012 como se observa en el grafico anterior, ha representado valores que equivaless entre 5.9% y 10.6% del PIB, alcanzando su pico máximo en 2012 y el mínimo en la gestión de 1998 con un 5,9%. En promedio que representa la línea roja, de la inversión del sector público ha estado en el orden de 7,7% del PIB en todo el periodo analizado que equivale a un 25 millones de bolivianos.

Observando los datos por periodos, que a continuación se reporta el ratio de la inversión pública sobre el PIB en porcentajes agrupado en sub periodos de 6 años y para el ultimo intervalo se considera 5 periodos para completar los 23 periodos incluidos en este análisis *ver cuadro 1*.

Cuadro 1
Bolivia: Ratio de la Inversión pública sobre el PIB, 1990-2012
(En porcentajes)

| Periodo | Promedio |
|-----------|----------|
| 1990-1995 | 8,09% |
| 1996-2001 | 7,01% |
| 2002-2007 | 7,04% |
| 2008-2012 | 8,71% |
| 1990-2012 | 7,71% |

Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia

El sub periodo de menor ratio de la inversión sobre el PIB de 1996 a 2001 fue de 7.01%, el cual puede estar asociado a inestabilidad política y conflictividad. La expansión en el periodo comprendido entre 1990-1995 con un ratio de 8.09% debido a la Inversión Extranjera Directa (IED) que aportó de capital y tecnología al producto. La mayor expansión es el periodo de 2008-2012 con un 8.71% debido a la nacionalización de los sectores estratégicos y la inversión pública y privada.

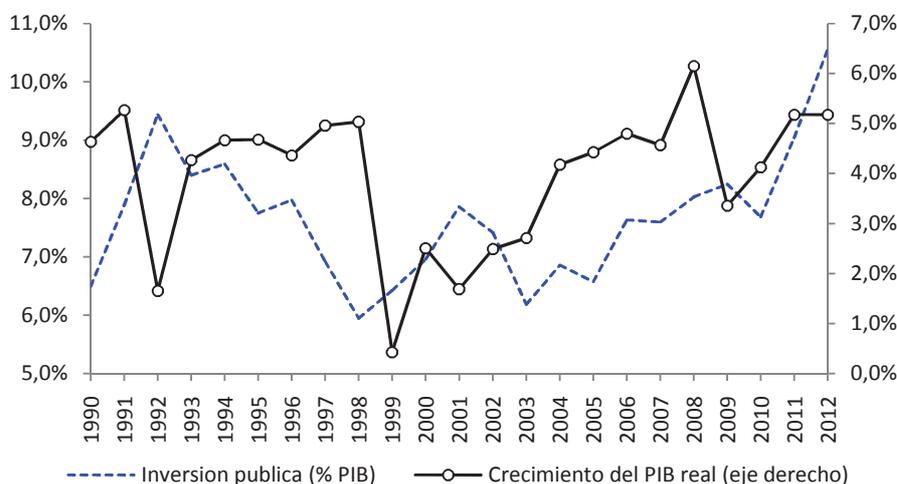
En este sentido, la participación de la inversión pública ha tenido un desempeño muy volátil y en gran medida pro-cíclico, ya que como se puede ver, la etapa donde la inversión pública ha sido más baja que corresponde a finales de los 90's y principios de la primera década del 2000 en la que varios socios comerciales y países vecinos ingresaron a periodos de ajuste. Sin embargo y en general, los niveles de inversión pública se han mantenido sumamente bajos en algunos años y en otros fue creciendo vertiginosamente, aun cuando las

restricciones de financiamiento se enfrentaron en buena parte de la década de los 90's han desaparecido en los últimos años, particularmente a partir de 2005.

Además por el lado de la promoción de la actividad productiva se plantean varias inquietudes que se observan en el *grafico 3*. La evolución de la inversión pública como proporción del PIB y la tasa de crecimiento del producto, tratan de cumplir el papel estabilizador del sector público para promover la actividad y la estabilidad económica asociada al ciclo económico, sin embargo, se realizara un análisis para dos décadas comprendido de 1990 a 2000 y el segunda década consta de 2001 a 2012. Se observa para el primer caso en el periodo desde 1990 a 2000 donde inversión pública paso de 6.5% a 7,0 % del PIB respectivamente, con una tasa de crecimiento del PIB real de 4.6% a 2.5% significa que en este intervalo de tiempo tuvo la inversión pública un crecimiento de un digito, mientras que el crecimiento económico hubo desfases con una disminución cerca de 2%, mientras para el segundo caso se observa en el grafico hubo aumentos en la inversión pública de 7.9% a 10,6\$ es decir con una variación absoluta de 2.7%, mientras para el caso del crecimiento del PIB paso de 1.7% a 5,2%

El comportamiento de la inversión pública mantiene un sostenido crecimiento con mayores tasas comparadas con el crecimiento real de la actividad productiva y por tanto la preocupación latente a principios del siglo XXI, acerca de la lenta recuperación de la economía de la economía boliviana, teniendo en cuenta el resultado de la crisis de 1998-1999 con una disminución de 4,6% del producto. De allí la eficacia la cual se utiliza el gasto público en la actividad productiva.

Grafico 3
Bolivia: Evolución de la inversión pública como proporción del PIB y la tasa de crecimiento del PIB real 1990-2012



Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE), Instituto Nacional de Estadística (INE).

Elaboración propia

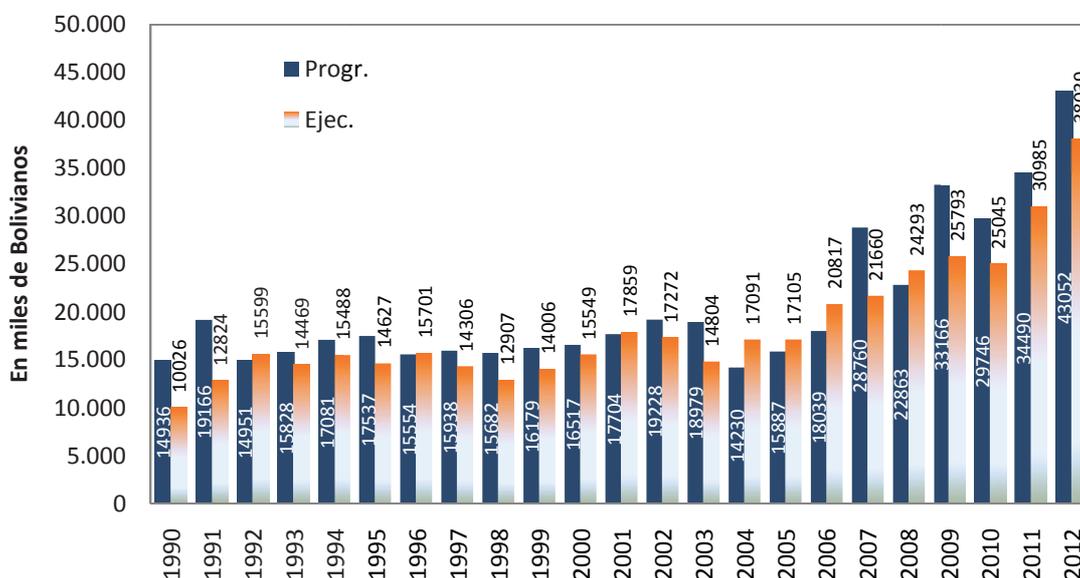
A partir del grafico anterior es posible observar la evolución creciente que ha tenido la inversión pública a los principios de los noventa y también a partir de la gestión 1998 hasta la actualidad. Este paso de valores cercanos al 6.5% como proporción del PIB en 1990 a niveles ligeramente superiores del 10.6% en el año 2012, debido especialmente a los incrementos de los sectores de infraestructura, social principalmente en los últimos 22 años, entre otros.

Se debe destacar principalmente un cambio creciente del comportamiento de la inversión pública a partir de 1998 coincide con el inicio del proceso de la liberalización económica que exigía menos participación del estado. Pero al mismo tiempo con las obligaciones originadas con la Constitución Política del Estado forzada el tamaño del gobierno para superar los múltiples conflictos sociales e institucionales y así mejorar la calidad de los ciudadanos.

5.2. Inversión pública ejecutada y programada

Ahora bien, como se puede observar en el *grafico 4*, la mejora en las condiciones presupuestarias gubernamentales entre 1990 y 2012, cabe rescatar que se han reflejado un aumento de la inversión pública como porcentaje del PIB como se vio en la grafica anterior, de hecho la participación de la inversión pública, tanto presupuestado como ejecutado de cada año muestra una clara tendencia creciente.

Grafico 4
Bolivia: Inversión Pública programada y ejecutada 1990-2012



Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia

Se puede observar que la inversión programada, en la mayor parte siempre a estado por encima de lo ejecutado es decir que no se alcanzo el objetivo de la inversión pública, excepto en los años 1992, 1996,2001, 2004, 2005, 2006 y 2008 con un promedio de 3,7 millones de bolivianos, y con respecto a la inversión programada tuvo un promedio de 1,3 millones de bolivianos.

La ejecución presupuestaria de 1990 con respecto a 2012 tuvo un crecimiento sostenido de 188.2%, mientras que le inversión ejecutada su crecimiento fue de 279.4% de 1990 con respecto a 2012.

Esto a causa de que el gobierno general a tuvo poco interés sobre la inversión pública, es decir de que las gobernaciones y municipios realizaron poca inversión en el sector productivo (agropecuario, hidrocarburos industria y otros) de 1996 a 2009 y a partir de 2010 tuvo un incremento favorable de dicho sector y con respecto al sector multisectorial (defensa, justicia comercio y otros),tuvo un crecimiento casi constante a partir del año 1997 hasta la actualidad como se puede observar en el *grafico 4*. El nivel de ejecución presupuestaria durante el periodo (1990-2005) tuvo un comportamiento moderado en la inversión del sector público que orientó principalmente a la infraestructura destinada al apoyo del sector productivo

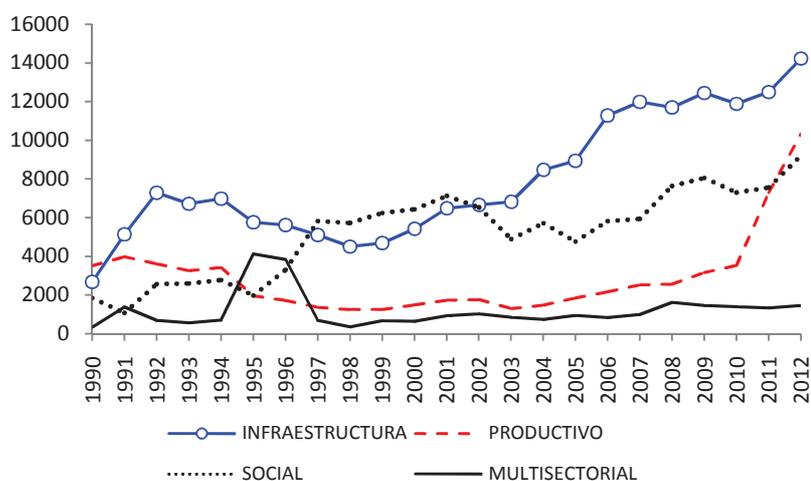
nacional. A partir del 2006 el gobierno anunció cambios en la política económica e implementó el Plan Nacional de Desarrollo (D.S. 29272), el cual asigna a la Inversión Pública como un rol productivo y es instrumento de la política económica, el cual hace énfasis en la realización de programas de Inversión Pública

5.3. Evolución de la inversión pública por sectores

De acuerdo por la clasificación del VIPFE la inversión pública se clasifica en cuatro sectores:²² Infraestructura, Productivo, Social y Multisectorial.

En lo que concierne a la partición de la inversión pública, en el *grafico 5* se muestra como la asignación de recursos para sector de infraestructura ha respondido a los ciclos de la economía, y donde las prioridades se han enfocado en el ámbito social y de formación de infraestructura, comportamiento evidente si tomamos en cuenta que el sector publico es el único inversionista en estos ámbitos.

Grafico 5
Bolivia: Inversión Pública por sectores 1990-2012
(En miles de bolivianos)

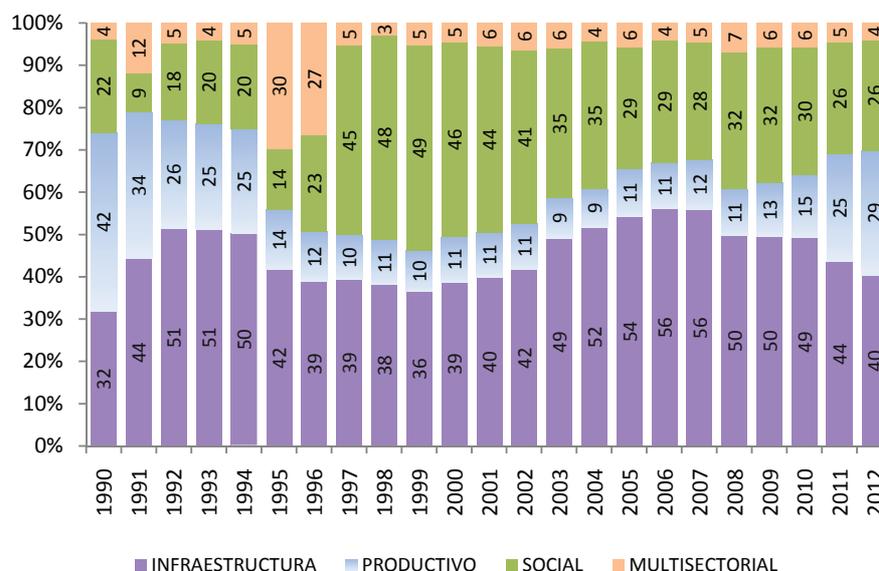


Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia

²² La inversión en infraestructura está compuesta por los subsectores de: comunicaciones, energía, recursos hídricos y transportes. La inversión en productivo consiste en los subsectores de agropecuario, hidrocarburos, minería e industria y turismo. La inversión social compone por los subsectores de Educación y cultura, salud y seguridad social, saneamiento básico y urbanismo y vivienda. Mientras que la inversión multisectorial aglutina a los subsectores de comercio y Finanzas, defensa Nacional, Justicia y Policía, Multisectorial y otros.

Con respecto a la inversión pública por sectores que se puede ver en el *grafico 6* , en promedio el 45.4% del total de la inversión pública fue destinando al sector de infraestructura con un valor monetario de 7.9 millones de bolivianos, mientras que la inversión social represento 30.5% del total de los recursos públicos destinados a la formación de capital, con un claro comportamiento contra cíclico, y por lo tanto el sector productivo ocupa el tercer lugar con un promedio de 16.7% en términos de la inversión total y por ultimo con un promedio 7.3% que representa el sector multisectorial, y donde la variable de ajuste parece que se encuentra en la inversión en infraestructura seguido por el sector social.

Grafico 6
Bolivia: Inversión Pública por sectores 1990-2012
(Porcentaje del total invertido)



Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia

La inversión en el sector productivo ha mostrado un comportamiento acorde a la política pública aplicada en los diferentes periodos de gobierno, ya que a principios de la década de los 90's la inversión de este mismo sector llego a capturar casi el 38.2% de los recursos invertidos, lo que posteriormente registro una caída paulatina hasta llegar a un promedio de 10.5% de 1996 a 2008 donde su inversión fue casi constante en el tiempo, momentos en el que los valores invertidos en este sector tienden a subir de nuevo, llegando con un promedio de 20.5% equivalente 6.1 millones de bolivianos de 2009 a 2012. A partir de la gestión 2010

la inversión del sector productivo fue creciendo vertiginosamente, esto ha significado a la capacidad productiva de la economía boliviana que se está fortaleciendo como lo establecido en los lineamiento estratégicos del Plan Nacional del Desarrollo²³.

La inversión en el subsector de hidrocarburos es en la que se invierte más, como la producción de gas natural de la gestión 2000, aumento con relación a 1999, esto debido al incremento de la producción y exportación a los países socios comerciales hasta la actualidad. En 1999 el sector agropecuario se vio afectada por fuerte cambio climatológicos como ser lluvias, inundaciones y sequias, donde ocasiono perdidas en la superficie sembrada de varios cultivos (Arroz, maíz, soya, algodón). En el tercer lugar está el subsector de la minería donde la inversión fue casi constante hasta la gestión de 2006, y a partir de esa gestión la inversión fue creciendo, y por lo tanto la producción minera creció, por la venta de zinc que se constituye como el principal mineral de producción en Bolivia, igualmente la producción de la plata y Estaño crecieron en respuesta a una leve mejora en las cotizaciones internacionales, por la recuperación de la economía china y la especulación de la venta de sus reservas internacionales de Chipre de la zona Euro, sabiendo que China que es el principal comprador mundial de oro también de plata, pero de todos modos no afecto a la economía boliviana y por consecuente con las regalías.

El sector infraestructura como se observa en la *grafica 6* ha ido aumentando la ejecución en un promedio de 42.6%, posteriormente decreció a un promedio de 42.3% y luego creció de manera significativa hasta la gestión 2012 todo esto expresado en el ratio de la inversión pública de los sectores con respecto a la inversión total. El comportamiento de la inversión pública, a partir del 2006 se debe a que el gobierno autoriza a las gobernaciones hacer uso de los recursos que se encuentran en sus cuentas bancarias para financiar los proyectos de inversión. El 2004 se incremento la inversión pública por la construcción de carreteras donde se destaca la carretera Potosí-Bermejo. Por lo cual se concentro principalmente en proyectos de infraestructura que incentiva a la inversión privada. La recuperación del rubro se sustenta en el ahorro interno y la cooperación internacional en función a prioridades del país. Cabe resaltar que la inversión en este sector es muy importante para el desarrollo de las actividades productivas y en la disminución en los costos de transporte.

²³ Decreto Supremo N° 29272

El subsector transporte es el principal destino de la inversión con un promedio de 6.5 millones de bolivianos seguido por el subsector energía. Por otro lado, la inversión en el sector social represento 30.5% del total de los recursos públicos destinados a la formación de capital, con un claro comportamiento contra cíclico la inversión en este sector, tuvo una ejecución muy importante después de infraestructura, lo que muestra el gobierno es interés para fomentar a este rubro. La inversión pública prioriza el saneamiento básico, educación y cultura, urbanismo y vivienda y salud y seguridad social. Durante la gestión 2000 los recursos fueron orientados a la construcción y equipamiento de hospitales, escuelas, colegio y viviendas (equipamiento en infraestructura urbana) y también en la gestión 2010 hasta la actualidad que se sigue con esos proyectos. Los hogares durante el periodo de 1999 y 2000 se abastecían de agua con cañería de red, rio o vertiente, por lo tanto el estado incremento el presupuesto en la inversión pública para realizar la conexión al agua potable a los sectores más desprotegidos mediante de red de cañerías y pileta públicas.

En el año 2003, a pesar de restricciones fiscales por obtener recursos, debido a los déficits presupuestarios se realizaron esfuerzos para preservar la ejecución de programas especialmente en educación y salud. A partir del 2006 se incrementaron los gastos en programas sociales que busca mejorar los servicios de salud y educación para los sectores más desprotegidos, en el marco del Plan Nacional del Desarrollo. El sector de multisectorial que es el ultimo en la ejecución presupuestaria con un promedio 7.3%, del total de la inversión pública como representa en los subsectores de defensa nacional, justicia y policía, comercio y finanzas y otros. La que más se ha ejecutado es en el subsector de multisectorial, y se tomo poca en cuenta en los otros subsectores.

5.4. Inversión ejecutada y PIB departamentales

Las asimetrías e inequidades son una realidad en Bolivia y a nivel nacional que se evidencia disparidades en la contribución de los departamentos en el agregado nacional. Específicamente las diferencias estructurales, sectoriales y productivas que muestran ese comportamiento diferenciado al producto y el menor desarrollo relativo de ciudades intermedias y departamentales que no tienen las condiciones de los departamentos del eje, igual resultado se tiene en cuanto a la asignación de recursos para la inversión pública departamental.

Como demuestra Barro (1995)²⁴ que elevados niveles de desigualdad frenan el crecimiento de los países a nivel agregado, sin embargo también se podría aplicarse para el ámbito nacional (local y departamental para el caso boliviano). Es decir el acelerado crecimiento de los departamentos o municipios más productivos como Santa Cruz, también podría verse acompañado de un menor ritmo de crecimiento de los departamentos más pobres como Pando. Las disparidades también reflejan en términos de las finanzas sanas que se alejan sistemáticamente de aquellos, cuyos estados financieros presentan dificultades.

En el *cuadro 2* manifiesta la asignación de la inversión pública en miles de bolivianos para cada departamento durante el período de 1990 a 2012 que refleja en el análisis. Para el conjunto tenemos 397.65 millones de bolivianos invertidos en los 23 años considerados y del total acumulado entre 1990 a 2012.

Los altos niveles de inversión pública total acumulada dieron los departamentos de Santa Cruz con una incidencia de 20,7%, La Paz, 18,8%, Cochabamba 16,1%, que invirtieron más de la mitad de los recursos, Beni (5,7%) y Pando (2,4%) son los departamentos que recibieron en bajos niveles de inversión, probablemente por su baja densidad poblacional, sin embargo, no se debe olvidar que son departamentos con potencial productivo. Adicionalmente, departamentos que aportaron al PIB, como Oruro en el área minera (62%) y Potosí (8,8%) no recibieron apoyo en términos de la inversión pública. Tarija (11,7%) llama la atención con un importante flujo de recursos de inversión en el período de estudio, sin embargo no refleja en correspondencia desarrollo a nivel regional. En suma, los datos en valores nominales reflejan a primera vista una concentración de recursos en los departamentos del eje troncal del país (La Paz, Cochabamba y Santa Cruz).

²⁴ Barro Robert J. y Sala-i-Martin, X, (1995). *"Economic Growth, New York"* McGraw-Hill

Cuadro 2
Bolivia: Inversión pública ejecutada por departamento
1990-2012

| Departamentos | Inversión (Miles de Bolivianos) | | | | Inversión Acumulada (Miles de Bolivianos) | Incidencia (En porcentaje) |
|---------------|------------------------------------|------------------|------------------|------------------|--|-------------------------------|
| | 1990 | 2000 | 2010 | 2012 | 1990-2012 | 1990-2012 |
| Chuquisaca | 808,88 | 1.235,53 | 1.921,65 | 2.094,14 | 31.745,57 | 8,0 |
| La Paz | 1.308,89 | 2.906,34 | 5.249,65 | 7.232,50 | 74.698,12 | 18,8 |
| Cochabamba | 1.376,07 | 2.341,32 | 3.533,88 | 7.025,75 | 64.199,88 | 16,1 |
| Potosí | 282,39 | 1.105,54 | 2.325,60 | 3.716,47 | 38.765,29 | 9,7 |
| Oruro | 175,43 | 1.427,59 | 1.265,22 | 2.468,48 | 27.102,22 | 6,8 |
| Santa Cruz | 2.810,06 | 2.281,13 | 5.518,25 | 5.317,98 | 82.323,75 | 20,7 |
| Tarija | 981,21 | 1.305,55 | 2.460,64 | 4.687,00 | 46.574,93 | 11,7 |
| Beni | 535,21 | 995,41 | 1.248,02 | 1.866,25 | 22.754,50 | 5,7 |
| Pando | 54,59 | 378,66 | 559,69 | 806,03 | 9.488,64 | 2,4 |
| TOTAL | 8.332,73 | 13.977,07 | 24.082,62 | 35.214,60 | 397.652,89 | 100 |

Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia

En el *cuadro 3* muestra el PIB per-cápita departamental en bolivianos, asimismo que es totalmente relevante para fines comparativos entre departamentos comprendido cada 5 años.

Cuadro 3
Bolivia: PIB per cápita, según departamento
1990-2012

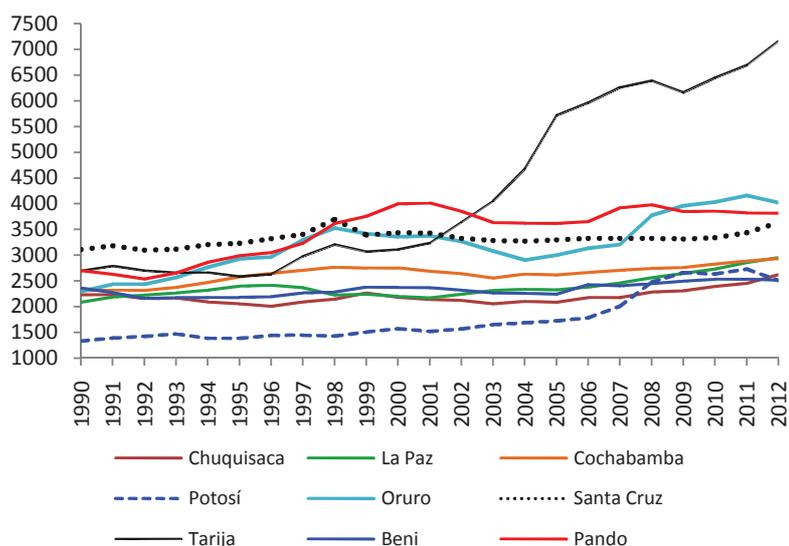
| Descripción | En Bolivianos | | | | | |
|----------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 1990 | 1995 | 2000 | 2005 | 2010 | 2012 |
| Bolivia | 2.316 | 2.523 | 2.653 | 2.761 | 3.125 | 3.326 |
| Tarija | 2.692 | 2.584 | 3.108 | 5.713 | 6.442 | 7.163 |
| Oruro | 2.299 | 2.927 | 3.355 | 3.002 | 4.034 | 4.022 |
| Pando | 2.703 | 2.991 | 3.993 | 3.615 | 3.859 | 3.816 |
| Santa Cruz | 3.108 | 3.229 | 3.434 | 3.299 | 3.342 | 3.633 |
| La Paz | 2.084 | 2.402 | 2.200 | 2.328 | 2.733 | 2.954 |
| Cochabamba | 2.310 | 2.581 | 2.753 | 2.613 | 2.825 | 2.933 |
| Chuquisaca | 2.235 | 2.056 | 2.183 | 2.087 | 2.391 | 2.624 |
| Beni | 2.360 | 2.179 | 2.376 | 2.242 | 2.530 | 2.515 |
| Potosí | 1.332 | 1.389 | 1.571 | 1.723 | 2.633 | 2.504 |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)
Elaboración propia

En el cuadro anterior se observa que Tarija es el departamento con el mayor ingreso per cápita con 7.163 Bs, debido a su reducida población y elevados ingresos, también reporta el más acelerado crecimiento en el periodo de 2005 hasta la actualidad con una tasa de crecimiento de 49,4 %. En otro extremo esta Potosí con el menor ingreso per cápita de 2.504 Bs. y un crecimiento promedio 3,8% durante el periodo estudiado. La diferencias entre el caso de mas altos ingreso y el más bajo es de 4.659 Bs es decir de 286% cifra que refleja disparidades y asimetrías entre regiones más pronunciadas en 2012.

Comparativamente, en 1990 la asimetría más amplia en lo que corresponde al aporte al producto per cápita que se registro entre Santa Cruz y Potosí, llegando a 233%. En 1990 cuatro departamentos se situaron por encima del promedio del país (Tarija, Pando, Santa Cruz y Beni), mientras que en 2005 y 2012 como departamentos Tarija, Oruro, Pando y Santa Cruz, se situaron por encima del promedio del país. Asimismo, las encuestas de hogares reflejan que a nivel departamental si bien el PIB per cápita se ha incrementado en algunos departamentos, los niveles de desigualdad de los ingresos medidos por los índices de Gini, Lorents y otros son elevados comparados en relación a estándares regionales. Este análisis también se lo puede apreciar en el grafico siguiente.

Grafico 7
Bolivia: PIB per cápita, por departamento
1990-2012

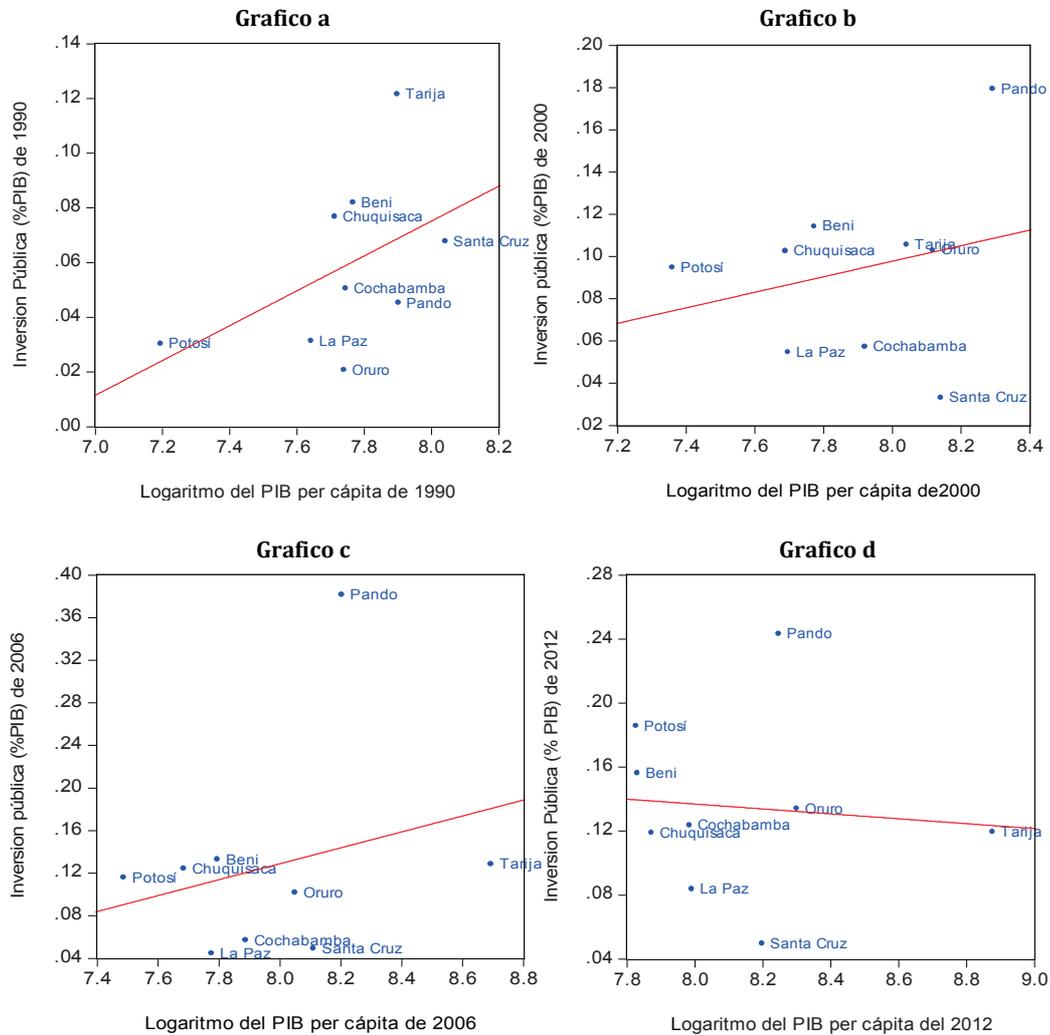


Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)
Elaboración propia

5.5. Inversión departamental

Una correlación positiva interesante es la que se presenta en el *grafico 8* entre la inversión pública en porcentaje del PIB y el logaritmo del PIB per cápita. Donde se observa los cuatro gráficos diferentes que son muy importantes entre las regiones (departamentales) con su esfuerzo de acumulación de capital público, mientras que algunos dedican mas del 10% como se puede apreciar en el grafico a y b, donde Tarija que era el único líder de inversiones públicas en 1990 seguido por Beni, y Chuquisaca y con respecto al ingreso por persona el único líder fue Santa Cruz con 2549 Bs, donde Potosí fue el ultimo tanto en inversión como en ingreso per-cápita, y que paso con el año 2000 es decir con el grafico b, donde se aprecia que la inversión fue liderado por Pando y ya no Tarija como en 1990, santa Cruz sigue manteniendo de lugar pero redujo la inversión pública con respecto al PIB, por consecuente también logro aumentar el ingreso per cápita de Pando, respecto a la correlación de ambas graficas fue positiva es decir cuanto mayor inversión existía un aumento en el ingreso per cápita.

Grafico 8 Bolivia: Inversión pública, en porcentaje del PIB, y renta per cápita 1990-2000-2006-2012



Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)
Elaboración propia

Por otro lado se puede apreciar en el grafico c, teniendo en cuenta que ahora, Tarija es el departamento que más invierte en las regiones, con un ingreso per cápita de 3108 Bs. y pando sin duda alguna es el segundo lugar, pero en este caso las inversiones aumentaron de manera significativa casi en todos los departamentos con respecto a 1990 y con respecto a la tendencia sigue siendo de una relación positiva, mientras que en la gestión 2012, es decir en el grafico d se verá que su tendencia tiene una relación negativa eso significa que los departamentos realizaron inversiones y al mismo tiempo (se le han reducido el ingreso

por persona en algunos departamentos como se vio en el cuadro 3), pero las condiciones de ingreso por persona Tarija en liderato y con respecto a la inversión esta Pando seguido por Potosí que antes estuvo en las condiciones precarias y sigue con bajos ingreso por persona. En el *cuadro 4* se muestra las asignaciones de inversión departamental respecto al total, que han sido heterogéneas que se analizaran en dos casos: el primer caso correspondiente a los años 1990-2000, segundo caso de 2001-2012. Primer caso, la mayor asignación correspondió a Santa Cruz, que recibió en promedio 22,38% del total de la inversión, correspondiente a la gestión de 1990 a 2000. La paz dedico el 19,33%, seguido por Cochabamba con un 18,54% del total de la inversión pública total. Con una concentración total de inversión de un 60,26%. Un importante elemento de la inversión pública que estuvo encaminado al sector de infraestructura, especialmente dirigida a la construcción de escuelas y hospitales como también caminos y carreteras.

Cuadro 4
Bolivia: Inversión pública respecto al total
1990-2012

| Departamentos | Inversión (en porcentajes) | | Nivel | Concentración (en porcentajes) | |
|---------------|-------------------------------|------------|-------|-----------------------------------|-----------|
| | 1990-2000 | 2001-20012 | | 1990-2000 | 2001-2012 |
| Santa Cruz | 22,38 | 20,42 | | | |
| La Paz | 19,33 | 18,11 | alto | 60,26 | 53,16 |
| Cochabamba | 18,54 | 14,63 | | | |
| Tarija | 10,36 | 12,55 | | | |
| Chuquisaca | 8,37 | 7,94 | medio | 26,77 | 31,00 |
| Potosí | 8,04 | 10,51 | | | |
| Oruro | 6,47 | 6,82 | | | |
| Beni | 4,87 | 6,18 | bajo | 12,97 | 15,84 |
| Pando | 1,63 | 2,84 | | | |

Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia

Durante este mismo periodo Chuquisaca, Potosí y Tarija, se encuentran al medio de la escala y los departamentos del eje, con una concentración del 26,77% de la inversión con respecto al total. Por consecuente los departamentos de Pando Beni y Oruro, fueron los departamentos que menos enfatizaron a la inversión pública concentrando el 12,97% de la inversión pública total departamental.

Segundo caso correspondiente a los años 2001-2012. En promedio la inversión de Pando represento 2,84% del total, es decir la más baja ejecución del presupuesto. En contraste, la mayor asignación correspondió a Santa Cruz que recibió, en promedio de 20.42% del total de la inversión. La paz se dedico el 18,11% y Cochabamba recibió el 14,63% del total de la inversión nacional, con una concentración de la inversión de los tres departamentos del 53,16%. Un importante componente fue a la inversión de infraestructura. Durante este mismo periodo Oruro, Beni y Pando recibieron los niveles más bajos de la inversión que concentraron el 15,84%. Por lo tanto Tarija Chuquisaca y Potosí, se encuentran al medio de la escala y estos departamentos tuvieron una concentración del 31,00% de la inversión con respecto al total.

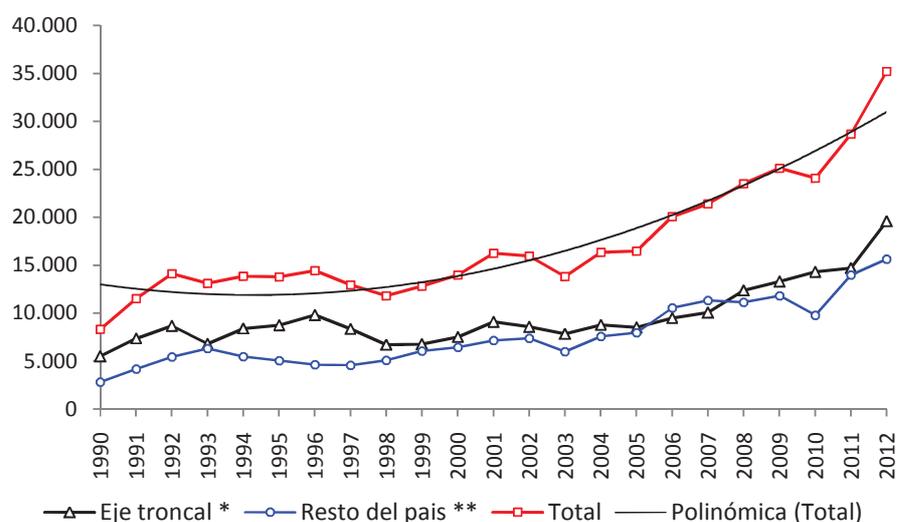
Las regiones fuera del eje sin duda son más dependientes de la inversión pública para su desarrollo respecto a las que están dentro el eje. Este fenómeno ha sido descrito en la comparación entre países desarrollados y en desarrollo, donde la inversión pública es mucho más importante cuanto menos desarrollado es el país. El mismo sucede para el caso de las regiones y ello tiene relación con el tamaño relativo de la inversión privada. En todos estos departamentos pequeños la inversión privada es reducida de modo que su desarrollo depende fuertemente del flujo de recursos estatales.

Desde la perspectiva regional, la inversión pública ha mantenido una clara tendencia hacia la concentración de recursos en el troncal del país ya que como se puede observar en el *grafico 9* el ritmo de crecimiento de la inversión en el eje troncal ha sido sistemáticamente mayor respecto a lo registrado en el resto del país. También refleja que la tendencia de la inversión pública total está marcada por las asignaciones de recursos a los departamentos del eje troncal. Aun cuando los requerimientos de infraestructura y las deficiencias sociales se concentran más en los departamentos “periféricos”.

En términos nominales, la inversión en el eje troncal del país ha sido de 221.221,74 miles de bolivianos en todo el periodo analizado, mientras que en el resto del país ha alcanzado los 176.431,15 miles de bolivianos. Esto implica que en promedio el 55,6% de la inversión se ha destinado a los departamentos del eje troncal del periodo estudiado 1990-2012, mientras que para el resto del país la inversión pública en promedio se destino solo el 44,37%. Por ejemplo entre 1990 a 1993 la inversión pública del eje central superaba a los demás

departamentos, esto se acentuó de mayor entre 1993 a 1999 en donde la brecha de inversión era cada vez superior y solamente entre 2005 a 2008 la inversión pública destinada a los 6 departamentos que no corresponden al eje troncal supero el total de la inversión asignada a La Paz, Cochabamba y Santa Cruz, y por lo tanto de 2008 a 2009, nuevamente supero el eje troncal a los demás departamentos en la inversión ejecutada.

Grafico 9
Bolivia: Inversión Pública ejecutada por regiones 1990-2012
(En miles de bolivianos)



Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)

Elaboración propia

* : La Paz, Cochabamba y Santa Cruz

** : Chuquisaca, Potosí, Tarija, Beni, Oruro y Pando

Todo esto se puede concluir respecto a la eficacia distributiva por dos razones primordiales. Primero, la asignación de la inversión pública no debe responder a un principio de equidad solamente, es decir, no se trata de asignar igual monto por unidad territorial. Una adecuada asignación es mucho más que dividir por nueve el presupuesto, para que todos reciban igual porción. Es cierto que una parte importante de la inversión pública se dirige a las prestaciones de servicios directos a la ciudadanía y en consecuencia interesa la asignación per cápita. Sin embargo, es importante que las asignaciones de recursos provenientes de la inversión busquen paridades de acuerdo al potencial de las regiones y su rol en una estrategia de desarrollo de largo plazo. Por ejemplo Pando reporta poco aporte al PIB y tiene limitada población. Con todo en perspectiva y dentro una estrategia de largo plazo, puede

ser relevante por su vocación productiva en términos de castaña, maderas o goma. Frente a esto, poco o nada se ha avanzado en infraestructura caminera.

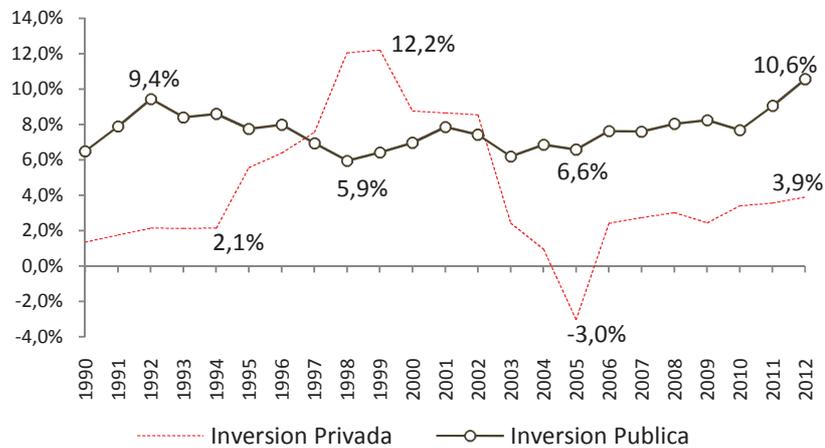
Segundo, la inversión pública, particularmente en infraestructura obedece a una decisión sobre el impacto que tendrá en términos económicos en su área de influencia. Es decir, un proyecto de vía tiene mayor impacto, si alrededor de él existen áreas productivas, que serán vitalizadas con la carretera. Ciertamente existen muchas aspiraciones regionales pero todas deben competir por escasos recursos buscando lograr el mayor beneficio.

5.6. El comportamiento de la inversión privada y pública

En cuanto a la inversión privada y el acompañamiento de la inversión pública para el respectivo análisis comparativo, el en *grafico 10* se muestran la evolución de ambas inversiones expresado en porcentaje del Producto Interno Bruto para contrastar la evolución de las variables de manera más explícita y no así de manera separada.

En el grafico siguiente se puede observar una subida de la inversión privada total durante las gestiones de 1990 a 1999 partiendo en 2.095 a 26.606 miles de bolivianos con un crecimiento promedio de 5.3%. Luego de llegar a ese pico, la tendencia se revirtió y esta variable empezó a disminuir hasta el año de 2005 llegando a ser negativo de 7.905 miles de bolivianos, es decir el 3% del PIB, y a partir del año 2006 empezó a crecer de manera moderada de hecho por debajo de la inversión pública hasta la actualidad. Además la evolución de la inversión pública que permite nuevamente apelar un análisis de esta variable, que en los años noventa la inversión privada subía, mientras por el otro lado la inversión pública se contraía. En la siguiente década paso exactamente lo contrario, en consecuencia, no hubo en estos 22 años un periodo en el que ambas inversiones hubieran crecido de manera conjunta y contribuyendo de manera concurrente al crecimiento económico y la mejora de otros indicadores sociales.

Grafico 10
Bolivia: Inversión Privada y Pública 1990-2012
(En porcentaje del PIB)



Fuente: Banco Central de Bolivia (BCB) y Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo (VIPFE)
Elaboración propia

Como se observa en el grafico anterior la brecha que existe entre la inversión privada y pública es bastante grande, lo que señala que la inversión pública ha contribuido en mayor proporción al crecimiento económico con un promedio de 7,7% respecto al PIB en todo la serie estudiada, mientras que la inversión privada solo contribuyo en promedio de 4,4% respecto al PIB.

Pero a pesar de ello la tasa de crecimiento del Producto Interno Bruto se mantuvo con un promedio de 4,0% en todo periodo analizado.

Con la información presentada se puede plantear algunos argumentos importantes en relación a la suficiencia de la inversión:

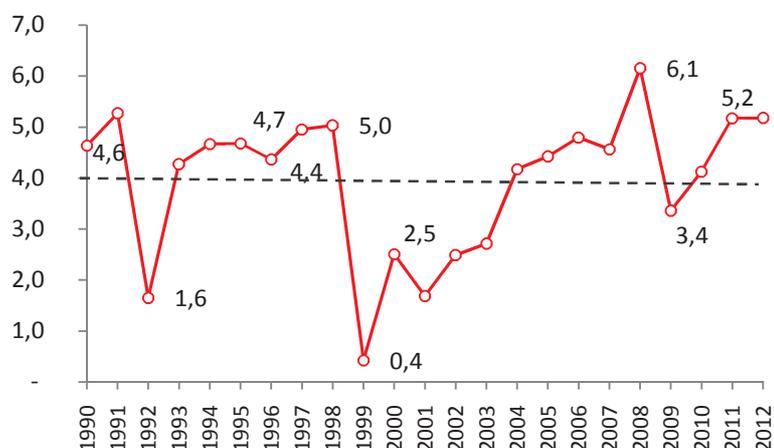
- ✓ En tanto en los 90's hubo un importante flujo de inversión privada (en su mayoría extranjera) con una limitación grande en la inversión pública, proveniente de un problema de ingresos fiscales.
- ✓ Por el otro lado en la década de los 2000 paso o contrario. Un aumento importante de la inversión pública y la contracción de la inversión privada. Sobre este último punto se ha escrito bastante en los puntos anteriores.

5.7. Evolución del Producto Interno Bruto

El crecimiento económico en los 90 de Bolivia según el Banco Mundial²⁵ enfatiza en el documento que redujo la pobreza y mejoro los indicadores sociales, especialmente en el área de salud y educación. Los progresos en cuanto a la estabilidad económica a principios de los noventa que favorecen a una mayor afluencia de la inversión extranjera directa y por lo tanto el mayor acceso al financiamiento externo.

En el *grafico 11* se observa el ciclo del crecimiento del PIB real que tuvo sus aumentos llegando al límite superior de crecimiento del 6.1 por ciento en la gestión de 2008 para luego volver a perder impulso en el 2009 eso debido a un marco de la crisis internacional donde Latinoamérica y el mundo se desaceleraron y en muchos casos se contrajeron. Se partió en 1990 con un nivel de crecimiento de 4.6 por ciento, moderadamente bajo de acuerdo a los estándares de la región. Luego se bajo hasta un mínimo de 0.4 por ciento en 1999 para recuperarse hasta llegar en 2008 a un 6%.

Grafico 11
Bolivia: Crecimiento del PIB real 1990-2012
(En porcentaje)



Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)
Elaboración propia

El PIB real se esparció en un promedio de 4.0% en el periodo estudiado. En el año 2012, continuo con su crecimiento sostenido, llegando a la tasa de variación porcentual positiva de 5.2% luego de habernos afecta la crisis internacional. Este incremento fue impulsado

²⁵ BANCO MUNDIAL (2006). Crecer Beneficiando a los más pobres. Evaluando de la pobreza en Bolivia. Plural editores.

principalmente por la demanda interna. Esto se debe al consumo de los hogares y la inversión pública que mantuvieron una fuerte incidencia y continuaron siendo el soporte de la expansión sostenida del producto en estos últimos años, debido a la nacionalización de los sectores estratégicos y la inversión pública ejecutada que alcanzo niveles muy altos.

Durante el periodo 1990-2012 el crecimiento del PIB ha sido positivo pero volátil, con una marcada dependencia con el ciclo económico expresado en la variabilidad de los precios y la demanda de materias primas exportadas.

A continuación se reporta el crecimiento promedio agrupado en sub periodos de 4 años y para el ultimo intervalo se considera 3 periodos para completar los 22 periodos incluidos en este análisis ver *cuadro 5*.

Cuadro 5
Bolivia: Tasa de Crecimiento del PIB 1990-2012

| Periodo | Promedio (En porcentajes) |
|-----------|------------------------------|
| 1990-1993 | 4,0 |
| 1994-1997 | 4,7 |
| 1998-2001 | 2,4 |
| 2002-2005 | 3,4 |
| 2006-2009 | 4,7 |
| 2010-2012 | 4,8 |
| 1990-2012 | 4,0 |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)

Elaboración propia

El sub periodo de menor crecimiento fue entre 1998 a 2001 de 2.4%, el cual puede estar asociado a inestabilidad política y conflictividad. La expansión en el periodo comprendido entre 1994-1997 con una tasa de crecimiento de 4.7% debido a la Inversión Extranjera Directa (IED) que aportó de capital y tecnología al producto. Es excepcional el contexto internacional hasta primer semestre de 2008 con precios atípicamente altos en materias primas, permitió alcanzar un crecimiento económico de 4.7% entre 2006-2009 superior a lo obtenido entre 1994-1997. La mayor expansión es el periodo de 2010-2012 con un 4,8% debido a la nacionalización de los sectores estratégicos y la inversión pública y privada. Lo señalado responde particularmente a factores externos que se desataron con la crisis internacional y en particular la caída de la demanda mundial de materias primas como ser oro plata, soya y otros, junto con la baja del precio del petróleo, cuyo impacto es muy

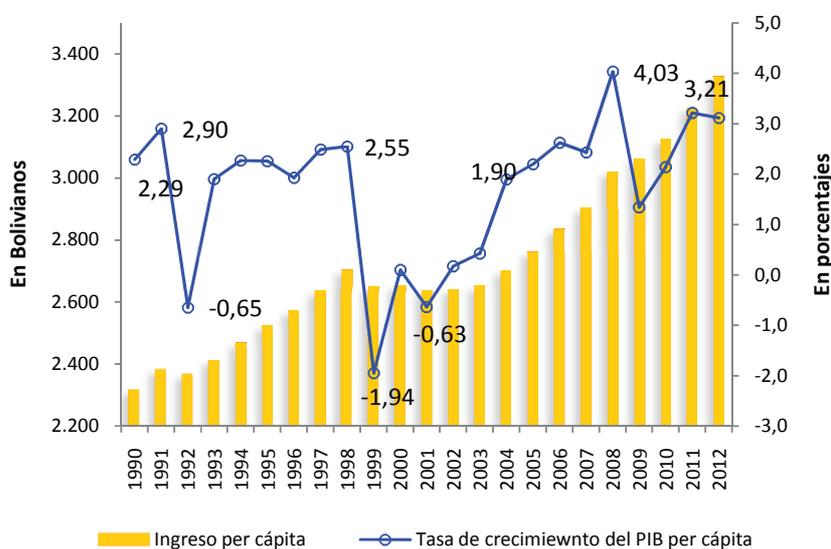
importante en el precio de gas que Bolivia exporta a los socios comerciales como Brasil y Argentina principalmente.

5.8. Producto Interno Bruto per-cápita²⁶

Una de las características es la evolución del PIB per cápita de Bolivia, en el periodo 1990-2012, es su comportamiento cíclico, observándose cambios pronunciados entre los principios y finales de la década de los 90 *Gráfico 12*, periodo cuyos extremos coinciden con cambios estructurales importantes ocurridos en la economía boliviana.

El gráfico (5.1) muestra la evolución del PIB per cápita. En el año 1990 se registró Bs.2316 y en 1998 Bs.2703 presentándose una tendencia creciente con una velocidad aproximada del 2,5%, a partir de ese entonces la evolución fue desacelerándose hasta el año 2003, y en este periodo (1999 – 2003) la disminución fue de 51 bolivianos, sin embargo a partir del 2003 nuevamente se experimenta una tendencia ascendente hasta registrar 3125 bolivianos en 2010 cuyo crecimiento es del 2.14%. En todo el periodo el PIBpc se incrementó en Bs.1010 con una velocidad del 3% anual.

Gráfico 12
Bolivia: PIB per cápita real, 1990-2012



Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)
Elaboración propia

²⁶ El cálculo del PIB per cápita fue realizado por el INE, con proyecciones de la población.

El PIB per cápita real creció a partir de 2003 como se observa en el gráfico anterior en forma sostenida y acelerada, lo que permitió mejorar el estándar de vida, a pesar de la crisis internacional, la economía boliviana mostró la fortaleza al no presentar tasas negativas de crecimiento, como en las que ocurrió en los años de 1992, 1999 y 2001 con 0.6% y 1.9 %

En suma, a pesar que desde los principios y finales de los noventa, el país ha realizado esfuerzos importantes para encausar la economía en una senda de crecimiento sostenido, los resultados más bien han sido satisfactorios, habiéndose alcanzado un crecimiento moderado y consecuentemente un mejoramiento regular de la calidad de vida de los bolivianos.

5.9. Instrumentos para incorporar la dependencia espacial

En esta sección se basa en una síntesis de pregunta que surge ¿si el PIB per-cápita se encuentra algún tipo de dependencia espacial de una región a otra?, ¿si la inversión pública tiene algún tipo de relación de un departamento con la otra?. Es decir si la evolución del producto per cápita de una región es afectada por la conducta de las regiones vecinas, también la inversión es afectada de uno a otro. A esta dependencia se denomina autocorrelación espacial²⁷, para llevar a cabo la dependencia espacial se construye una matriz de contigüidad de 9×9 que ahora en adelante lo llamaremos W también llamado matriz de conectividad, donde cada una de las filas como de las columnas representa una región en el espacio objeto de estudio. Esta matriz representa la relación que tiene cada una de las regiones con las demás regiones del espacio estudiado (Bolivia). La matriz de ponderaciones W que tiene w_{ij} elementos, que será construida, mediante la notación binaria y que representa de la siguiente forma²⁸.

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si la region "i" comparte frontera con "j"} \\ 0 & \text{Si la region "i" no comparte frontera con "j"} \end{cases}$$

Es decir que el elemento w_{ij} de la matriz W se distingue de la notación binaria de 0 si las regiones i y j no son vecinas (o adyacentes) y 1 si lo son (es decir el valor de sus pesos serán no negativos y finitos) en función de la definición que se adopte en su construcción.

²⁷ También conocido como dependencia espacial. La autocorrelación espacial implica que el valor de una variable se encuentra condicionado por el valor que esa variable asume en una región vecina.

²⁸ Ecos de Economía Nº 27. Medellín, Octubre de 2008, pp. 9-34

Por ejemplo, si se consideran distancias en lugar de vecindades para la construcción de la matriz de contigüidad entre ciudades (o estados, etc.), se valorara con 0 y 1²⁹. Entonces la matriz de contigüidad se la construye de la siguiente manera.

Grafico 13
Bolivia: Matriz de contigüidad espacial

| Departamentos | Nº | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chuquisaca | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| La Paz | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Cochabamba | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| Potosí | 4 | 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Oruro | 5 | 5 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Santa Cruz | 6 | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Tarija | 7 | 7 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Beni | 8 | 8 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| Pando | 9 | 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Elaboración propia

Donde la diagonal principal está compuesta por ceros³⁰, la matriz entera es normalizada y deberá ser simétrica ($W = W^T$) por tanto, los elementos w_{ij} representan la interdependencia existente entre las regiones i y j , y serán no estocásticos y exógenos al modelo (Vaya y Moreno, 2000, p. 23; Anselin, 1999, p. 6). Al obtener una matriz normalizada la suma de cualquier fila deber ser la unidad, es decir cualquier vecino tiene la misma ponderación espacial, por ejemplo si un departamento comparte frontera común con tres departamentos cada vecino tiene una ponderación de 0.33.

²⁹ En Anselin (1988, cap. 3), LeSage (1999) y Vaya y Moreno (2000) se puede profundizar sobre los aspectos formales y conceptuales de las matrices de pesos espaciales y sus variedades, basados en los trabajos de Cliff y Ord, Moran y Geary, entre otros.

³⁰ La diagonal principal es cero porque una región no puede ser vecino de si mismo.

Capítulo 6

Evidencia empírica

6.1. Nociones econométricas

Un conjunto de datos de panel es aquel en el que disponemos de varias observaciones para cada una de las unidades sociales en diferentes instantes del tiempo. Las unidades sociales pueden ser individuos, hogares, empresas, países o cualquier otro tipo de entidades que permanezcan estables a lo largo del tiempo.

Un modelo e datos de panel podría formularse en términos plenamente genéricos como:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{1it} + \beta_2 x_{2it} + \beta_3 x_{3it} + \dots + \beta_K x_{Kit} + \mu_{it} \quad [7.1]$$

O mucho más simplificado:

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + \mu_{it}$$

Donde $i = 1, 2, \dots, N$, unidades sociales y $t = 1, 2, \dots, T$, indica los diferentes periodos de tiempo, y_{it} son las variables dependientes o explicadas, x_{kit} son las variables independientes o explicativas, además μ_{it} es el termino de error que representa los efectos de todas las variables omitidas en el modelo, es decir que es la variación observada de la variable dependiente y que no se consigue explicar mediante la variación observada en las k variables independientes. En notación matricial es:

$$Y_{it} = \beta_k' X_{kit} + \mu_{it} \quad [7.2]$$

Tenemos que $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_K$ son los parámetros que se quiere estimar β_0 es el intercepto, mientras que el resto de los parámetros son las pendientes de la variable y_{it} con respecto a cada una de las variables de las K variables independientes.

a) Panel de datos con efectos fijos

El modelo de efectos fijos capta la variación existente debido a diferentes unidades sociales con la inclusión de un conjunto de $N-1$ variables dicotómicas d_i (para cada unidad social, menos el agente de referencia), el modelo de regresión es la siguiente:

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + \mu_{it}$$

Pero el término error tiene la siguiente estructura: $\mu_{it} = \alpha_i + \phi_t + \varepsilon_{it}$ donde:

$$\alpha_i = \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i d_i \quad \text{y} \quad \phi_t = \sum_{t=1}^{T-1} \phi_t t_t$$

De manera que α_i se incorpora una serie de $N-1$ variables dicotómicas en el modelo de regresión con el fin de controlar el efecto de cada una de las unidades sociales en la variable dependiente. Con ϕ_t se introduce una serie de $T-1$ variables dicotómicas para controlar por el efecto del tiempo, por lo tanto el error ya no es aleatorio. De manera que el modelo de regresión a estimar es el siguiente:

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i d_i + \sum_{t=1}^{T-1} \phi_t t_t + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + \mu_{it} + \varepsilon_{it} \quad [7.3]$$

En su forma matricial tenemos:

$$y_{it} = \alpha_i + \phi_t + \beta X_{it} + \mu_{it} \quad \forall i=1,2,\dots,N \quad \text{y} \quad t=1,2,\dots,T$$

En los efectos fijos se permite que los efectos individuales α_i y ϕ_t pueden estar correlacionados con las variables explicativas X_{it} pero para que los estimadores por MCO sean consistentes se requiere la exogeneidad estricta de X_{it} y μ_{it} .

b) Panel de datos con coeficientes constantes

Los coeficientes de X_{it} son constantes para todas las unidades sociales.

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + \mu_{it}$$

En forma matricial se la puede expresar de la siguiente forma:

$$y_{it} = \beta_i' X_{it} + \mu_{it} \quad \forall i=1,2,\dots,N \quad \text{y} \quad t=1,2,\dots,T \quad [7.4]$$

La estimación por mínimos cuadrados ordinarios de dicha ecuación parte del supuesto de que la varianza de los términos de error es la misma para cada una de las observaciones (supuesto de homocedasticidad) y además que dichos términos de error no están correlacionados, para distintos instantes del tiempo.

c) Panel de datos con efectos aleatorios

A diferencia del modelo de efectos fijos, en el modelo de efectos aleatorios los coeficientes individuales α_i y los coeficientes temporales ϕ_t ya no son efectos fijos en el término independiente de la regresión, sino que se dejan que varíen de manera aleatoria en el tiempo y a través de los agentes sociales y que esta expresada en forma matricial.

$$y_{it} = \alpha + \beta X_{it} + \mu_{it} \quad [7.5]$$

Donde y_{it} es una función lineal de K variables explicativas, y el término de error tiene la siguiente estructura: $\mu_{it} = \alpha_i + \phi_t + \varepsilon_{it}$.

El error μ_{it} tiene un componente individual aleatorio que es invariable a través del tiempo α_i (pero que caracteriza a cada uno de los agentes unidades sociales, y que es lo que se denomina también el componente “entre grupos”) y que un componente temporal aleatorio que es invariable a través de los individuos ϕ_t (pero que varía a través del tiempo, y que se denomina también el componente “intragrupos”) por último el error μ_{it} tiene un componente ε_{it} que es aleatorio.

d) Panel de datos dinámicos

Los modelos dinámicos incluyen en su análisis valores rezagados de la variable dependiente, el modelo básico con un retardo de una unidad de tiempo es:

$$y_{it} = \theta y_{it-1} + \beta X_{it} + \mu_{it} \quad \Rightarrow \quad y_{it} = \alpha_i + \theta y_{it-1} + \beta X_{it} + \mu_{it} \quad [7.6]$$

En el caso dinámico la estimación es inconsistente por presentar endogeneidad o estar los regresores correlacionados con el error, lo que conlleva al planteamiento de otros modelos para la estimación de datos de panel dinámicos.

6.2. Metodología econométrica

El presente trabajo de investigación, se basa en el modelo de crecimiento endógeno³¹ usando datos anuales para el Producto Interno Bruto e Inversión Pública, por tanto la aplicación para el caso boliviano se estimara mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios. La metodología usada en esta y los siguientes modelos se asemejan mucho a Barro (1991)³², por lo que nuestro modelo de inversión pública se representa de la siguiente forma:

$$\Delta \ln y_{i,t} = \beta_i + \beta X_{i,t} + \mu_{i,t} \quad [7.7]$$

Donde $\Delta \ln y_{i,t}$ representa la diferencia de logaritmos del producto interno bruto per cápita en términos reales del departamento i ³³ en el momento t ³⁴, β_i es el intercepto para cada departamento i (para el caso de efecto fijo y aleatorio), $X_{i,t}$ ³⁵ para nuestro caso representa la inversión pública dividido sobre el PIB real y por último $\mu_{i,t}$ es el termino de error.

En base a los datos que se tiene el objetivo es analizar la relación que existe entre el Producto Interno Bruto y la inversión pública (sectores económicos) durante el periodo comprendido entre 1990-2012 así como se propone identificar las interacciones simultaneas del grupo de variables y la estabilidad del modelo. Siendo la siguiente ecuación.

$$\Delta \ln y_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 II_{i,t} + \beta_2 IP_{i,t} + \beta_3 IS_{i,t} + \beta_4 IM_{i,t} + \mu_{i,t} \quad [7.8]$$

Donde $II_{i,t}$ es la inversión pública total en infraestructura, $IP_{i,t}$ es la inversión pública total productivo, $IS_{i,t}$ es la inversión pública total en el sector social y $IM_{i,t}$ la inversión pública

³¹ Los trabajos realizados sobre la inversión pública y privada fueron Glomm, Ravikumar y yoke usando datos anuales.

³² Barro Robert "Economic Growth in a Cross Section of Countries" (1991).

³³ Para nuestro análisis se tomara en cuenta a los nueve departamentos: $\forall i=1,2,\dots,9$

³⁴ El tiempo abordado comprende en 22 observaciones: $t=1990,1991,\dots,2012$

³⁵ También X_{it} representa el vector (matriz) con la(s) variable(s) independiente(s), que en este caso es desglosado la inversión pública por sus cuatro sectores.

total multisectorial. Todas estas están expresadas como proporción del PIB real de sus respectivos departamentos i y en el periodo t .

A diferencia de los modelos anteriores en este apartado se verá los efectos espaciales, es decir en busca de la dependencia espacial entre regiones, dicho esto se estimara la siguiente ecuación con su respectiva ponderación.

$$\Delta \ln y_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 X_{i,t} + \beta_2 \sum_{j=1}^N W_{i,j} X_{j,t} + \delta \sum_{j=1}^N W_{i,j} \Delta \ln y_{i,t} + \mu_{i,t} \quad [7.9]$$

6.3. Estimaciones del modelo e interpretación de los resultados

Por lo expuesto se estima el modelo econométrico de la ecuación [7.7], utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), donde ha sido desagregado en tres estimaciones: coeficientes constantes, efecto individual y efecto tiempo, y que genera la siguiente tabla.

Cuadro 6
Bolivia: Estimación del PIB per cápita y la Inversión pública

| | Modelo 7.7 | | | | |
|-----------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| | Coeficientes constantes | Efecto individual | | Efecto tiempo | |
| | | Fijo | Aleatorio | Fijo | Aleatorio |
| β | 0,01577 (0,00637) | 0,02389 (0,00836) | 0,01897 (0,0079) | 0,01516 (0,00652) | 0,01558 (0,00666) |
| $X_{i,t}$ | 0,02634 (0,05665) | -0,05562 (0,07898) | -0,00602 (0,06565) | 0,03248 (0,05873) | 0,02828 (0,05641) |
| R^2 | 0,00105 | 0,08653 | 0,00004 | 0,14989 | 0,00123 |
| Durbin- Watson(DW) | 1,23061 | 1,33740 | 1,28709 | 1,19863 | 1,22089 |
| Chuquisaca | ... | -0,01030 | -0,00616 | ... | ... |
| La Paz | ... | -0,00547 | -0,00182 | ... | ... |
| Cochabamba | ... | -0,00958 | -0,00459 | ... | ... |
| Potosí | ... | 0,01248 | 0,00652 | ... | ... |
| Oruro | ... | 0,00684 | 0,00434 | ... | ... |
| Santa Cruz | ... | -0,01300 | -0,00610 | ... | ... |
| Tarija | ... | 0,02759 | 0,01523 | ... | ... |
| Beni | ... | -0,01414 | -0,00832 | ... | ... |
| Pando | ... | 0,00557 | 0,00091 | ... | ... |

Elaboración propia.

Nota: Estadistic Error entre paréntesis.

Donde se puede ver en el cuadro anterior se estimó mediante tres métodos, coeficientes constantes, efecto individual y efecto tiempo, donde en el efecto individual se controló la inversión pública total (nueve departamentos) con sus propias especificaciones de efectos (fijo y aleatorio), del mismo modo se hizo el control del tiempo con sus propias especificaciones de efectos (fijo y aleatorio), esta metodología también se aplica en los siguientes cuadros. Por lo tanto en el cuadro 6 se puede observar un conjunto de características, donde los resultados obtenidos muestran coincidencias entre los diferentes efectos, lo que señala la consistencia de las estimaciones realizadas.

El coeficiente de la inversión pública tiene signo positivo mediante el modelo de coeficientes constantes y efectos tiempo de datos de panel, lo que significa que existe una relación directa entre la tasa de crecimiento per-cápita y la inversión pública, y por el otro lado se muestra que existe una relación inversa entre el crecimiento y la inversión en el modelo de efectos variable. Un resultado que no debería llamarnos la atención, ya que como se mencionó algunos autores que vimos en la primera parte de la investigación, se puede apreciar que el signo del coeficiente cambia según se controle, o las particularidades de cada departamento como lo demuestran las columnas referidas al efecto fijos y aleatorio con signos negativos que determina una menor proporción de inversión en estos departamentos. El efecto fijo capta aquellas variables que son particulares a cada departamento, pero además son constantes a través del tiempo, como ser localizaciones geográficas, clima, suelo etcétera.

Mientras que la estimación del modelo [7.8] que nos muestra en el *cuadro 7*, el signo positivo en el sector de infraestructura tiene el mayor impacto en la inversión pública total, donde los resultados obtenidos muestran coincidencias en la parte de los signos entre los diferentes modelos.

Cuadro 7
Bolivia: Estimación del PIB per cápita y los sectores de la inversión pública

| | Modelo 7.8 | | | | |
|-------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | Coeficientes constantes | Efecto individual | | Efecto tiempo | |
| | | Fijo | Aleatorio | Fijo | Aleatorio |
| β_0 | 0,01690 (0,00632) | 0,02904 (0,00873) | 0,02012 (0,00722) | 0,01603 (0,00666) | 0,01650 (0,00663) |
| $II_{i,t}$ | 0,25468 (0,10145) | 0,18946 (0,11120) | 0,23986 (0,10208) | 0,22869 (0,10968) | 0,24833 (0,10223) |
| $IP_{i,t}$ | -0,13583 (0,22470) | -0,41332 (0,24053) | -0,24918 (0,22629) | -0,07941 (0,25190) | -0,11812 (0,22904) |
| $IS_{i,t}$ | -0,22717 (0,14252) | -0,32186 (0,17424) | -0,23899 (0,14667) | -0,25006 (0,19781) | -0,22428 (0,15066) |
| $IM_{i,t}$ | -0,12600 (0,35343) | -0,39286 (0,39133) | -0,18850 (0,35430) | 0,11279 (0,55464) | -0,08386 (0,38515) |
| R^2 | 0,03860 | 0,13279 | 0,04007 | 0,17523 | 0,03608 |
| Durbin-Watson(DW) | 1,30561 | 1,42850 | 1,34936 | 1,25436 | 1,29053 |
| Chuquisaca | ... | -0,00876 | -0,00421 | ... | ... |
| La Paz | ... | -0,00772 | -0,00148 | ... | ... |
| Cochabamba | ... | -0,00985 | -0,00314 | ... | ... |
| Potosí | ... | 0,01048 | 0,00379 | ... | ... |
| Oruro | ... | 0,00606 | 0,00320 | ... | ... |
| Santa Cruz | ... | -0,01432 | -0,00447 | ... | ... |
| Tarija | ... | 0,02745 | 0,01086 | ... | ... |
| Beni | ... | -0,01979 | -0,00825 | ... | ... |
| Pando | ... | 0,01646 | 0,00370 | ... | ... |

Elaboración propia.

Nota: Estadistic Error entre paréntesis.

Donde la realización de la inversión por cada departamento en términos absolutos es significativa, si hacemos un análisis del ratio de la inversión pública de cada departamento con respecto a su Producto Interno Bruto, dicha inversión tiene una tendencia decreciente como ser Chuquisaca, La Paz y entre otros como se ve en el cuadro anterior.

Este resultado es constante con la literatura, por ejemplo Zou (1996) y Devarajan sustentan que la incidencia de la inversión pública sobre el crecimiento económico depende de la etapa de en la que se encuentra la economía. Es decir si la economía se encuentra en un estado

de transición el capital público si tiene una incidencia positiva, en estos casos eso es lo que ocurre con el estado boliviano donde la relación (estimación econométrica) encontrada anteriormente tiene una relación positiva donde el capital público últimamente fue aumentando de manera significativa donde la economía está en un momento de transición. Y si la economía se encuentra en estado estacionario la inversión del sector público incide de forma negativa sobre el crecimiento económico, una explicación alternativa se lo puede ver en la literatura de Landau (1986), que sustenta que algunas categorías de la inversión pública tiene un efecto negativo sobre el crecimiento económico.

Revisando los parámetros del modelo, se advierte que los signos no son esperados excepto de la variable infraestructura (como se menciona anteriormente no nos tenemos que sorprender por los signos), estos parámetros nos permite inicialmente validar o rechazar la hipótesis planteada en el presente trabajo de investigación.

Cuadro 8
Bolivia: Valor de Parámetros de coeficientes constantes

| Variable | Coeficientes |
|-----------|--------------|
| β_0 | 0,01690 |
| II_{it} | 0,25468* |
| IP_{it} | -0,13583** |
| IS_{it} | -0,22717** |
| IM_{it} | -0,12600** |

Donde: * Esperado

** No esperado

Donde el anterior cuadro nos muestra los signos de los parámetros de los cuatro sectores de la inversión pública mediante el modelo de coeficientes constantes, que en este caso el sector de infraestructura tiene una coeficiente positivo lo que significa que existe una relación positiva con el Producto Interno Bruto real per cápita con dicha variable, y por ende el estado dedica más en la inversión del sector de infraestructura que obviamente beneficia al sector privado, y con respecto a los otros sectores se ve que tienen signos negativos lo que implica que el estado invierte menos proporción en producción, social y multisectorial.

Esto nos lleva a la necesidad de evaluar, para lo que se estima el modelo econométrico de la ecuación [7.9], y obteniendo el resultado en el cuadro 9, donde se ve los coeficientes estimados y cuyos resultados nos muestran a continuación.

Cuadro 9
Bolivia: Estimación del PIB per cápita y sus ponderadores

| | Modelo 7.9 | | | | |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| | Coeficientes constantes | Efecto individual | | Efecto tiempo | |
| | | Fijo | Aleatorio | Fijo | Aleatorio |
| β_0 | 0,00928 (0,01306) | 0,02570 (0,01405) | 0,01598 (0,01358) | 0,01355 (0,01837) | 0,00928 (0,01252) |
| $X_{i,j}$ | 0,02505 (0,05681) | -0,04391 (0,08274) | 0,00335 (0,06409) | 0,03345 (0,05895) | 0,02505 (0,05448) |
| $W_{i,j}X_{i,t}$ | -0,03985 (0,12590) | -0,05692 (0,14509) | -0,00642 (0,13091) | 0,09832 (0,16764) | 0,03985 (0,12075) |
| $W_{i,j}\Delta \ln y_{i,t}$ | -0,18230 (0,12897) | 0,14772 (0,12916) | 0,16797 (0,12743) | -0,48316 (0,16774) | 0,18230 (0,12369) |
| R^2 | 0,01150 | 0,09315 | 0,00841 | 0,18932 | 0,01150 |
| Durbin- Watson(DW) | 1,27236 | 1,36728 | 1,31102 | 1,07137 | 1,27236 |
| Chuquisaca | ... | -0,01171 | -0,00562 | ... | ... |
| La Paz | ... | -0,00387 | -0,00116 | ... | ... |
| Cochabamba | ... | -0,00942 | -0,00354 | ... | ... |
| Potosí | ... | 0,01136 | 0,00470 | ... | ... |
| Oruro | ... | 0,00590 | 0,00333 | ... | ... |
| Santa Cruz | ... | -0,01110 | -0,00407 | ... | ... |
| Tarija | ... | 0,02818 | 0,01211 | ... | ... |
| Beni | ... | -0,01417 | -0,00660 | ... | ... |
| Pando | ... | 0,00482 | 0,00084 | ... | ... |

Elaboración propia.

Nota: Estadistic Error entre paréntesis.

En el cuadro anterior se observa los resultados del modelo con ponderaciones W , para este resultado el coeficiente de la tasa de crecimiento económico en sus distintos modelos nos muestra un signo negativo, de 0.18 lo cual se refiere de que no existe una dependencia regional sobre el PIB per cápita, pero significativos, salvo en el efecto variable donde nos aparece un signo positivo de 0.14 (efecto fijo), y 0.16 (efecto aleatorio), pero no significativos donde estos datos no nos debe sorprender, porque en la literatura mencionada anteriormente existe una dependencia regional en las variables independientes (inversión).

Esto a que los departamentos que tienen una dependencia regional en la parte de inversión pero poco significativo se da la significancia del coeficiente del gasto en infraestructura podría estar relacionado por la heterogeneidad en cuanto a las características y necesidades de cada departamento.

Por otro lado los signos negativos en los coeficientes de los departamentos del eje troncal puede ser explicada a partir de los rendimientos marginales de la inversión, ya que haberse concentrado sistemáticamente los recursos publico en estas tres regiones, es posible que el rendimiento de los mismo no sean tan altos en comparación a los resultados obtenidos en los demás departamentos, esto también explica la falta de significancia estadística de la inversión pública en el crecimiento económico del PIB real per cápita .

6.4. Prueba de raíz unitaria

Para las respectivas relaciones de largo plazo se aplico las pruebas de Dickey-Fuller aumentado (ADF)³⁶ para analizar la prueba de la raíz unitaria, a todas las variables explicadas y explicativas, y este supuesto ha sido abordado en el análisis de series temporales, donde todas las variables han sido abordadas, aplicadas mediante ADF para que la serie sea estacionaria, para ello se verá los gráficos en el anexo, sin embargo en el ámbito de la econometría espacial, estas situaciones apenas han sido investigadas³⁷ de ahí es necesario el análisis de estacionariedad espacial³⁸. Donde en los trabajos de Quad (1990) y Levin y Lin (1992,1993), pusieron en manifiesto con simulación

El contraste Dickey-Fuller (DF) se corrigio con el contraste Dickey-Fuller Aumentado (ADF) sobre la existencia de una raíz unitaria, en la que parte de una hipótesis más general consistente en que y_t sigue un proceso auto regresivo de orden ρ es decir.

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 + \delta y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^n \Delta y_{t-i} + \mu_t$$

³⁶ D. A. Dickey y W. A. Fuller, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Econometrica*, Vol. 49, Num. 4, 1981, pp. 1057-1072.

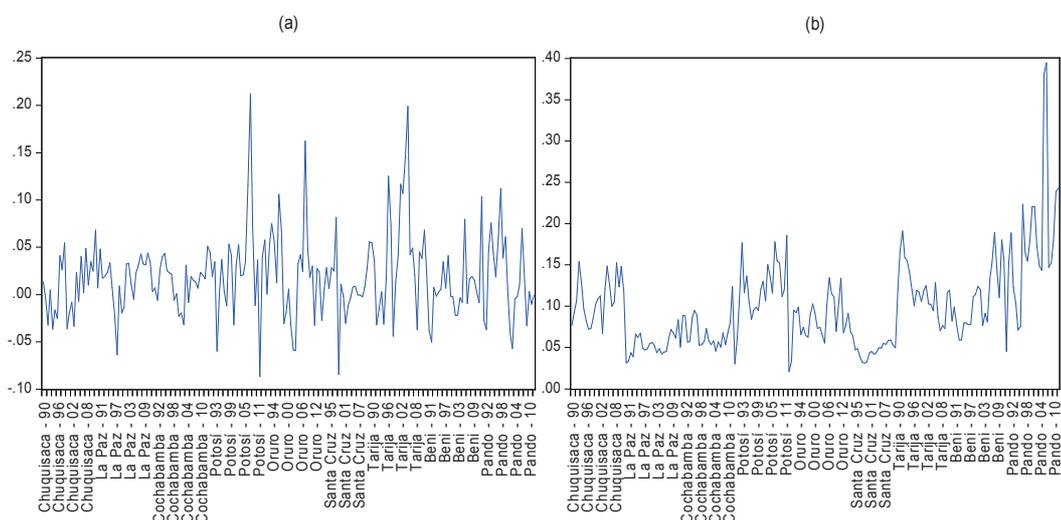
³⁷ Chasco Yrigoyen C. et al (). Estacionariedad en procesos econométricos espaciales. Aplicación de un modelo de beta convergencia

³⁸ Donde en los trabajos de Quad (1990) y Levin y Lin (1992,1993), pusieron en manifiesto con simulación a la de Montecarlo las limitaciones de análisis clásico llevado a cabo por los contratos de raíces unitarias en un contexto de datos de panel.

Donde: $\Delta y_t = \{y_t - y_{t-1}\}$ y $\delta = \rho - 1$, de esta manera la prueba hipótesis es, $\delta = 0$ la serie es no estacionaria y $\delta = 1$ la serie es estacionaria³⁹.

En el *grafico 14*, se simple vista se ve la estacionariedad en la variable de PIBpc, mientras que la inversión pública muestra la no estacionariedad, donde las regiones de Pando, Potosí, Tarija y Chuquisaca afecta esta volatilidad de la serie, debido a que Pando registro una inversión pública de Bs. 1118,49 miles con su pico máximo en la gestión de 2007.

Grafico 14
Bolivia: Estacionariedad de las series
del PIBpc e Inversión Pública 1990-2012



Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE), Viceministerio de Inversión y Financiamiento Externo (VIPFE)

Elaboración propia. (a): PIB pc, (b): Inversión Pública

También se puede utilizar las raíces unitarias para ver la estacionariedad del PIB per-cápita. Para ello como se observa en el *cuadro 9* el p-valor de la t de Student en el ADF (0,0000) es menor que (0,05), lo que nos lleva a aceptar la estacionariedad de PIB per-cápita, si repetimos estos mismos pasos como se observa en el *cuadro 10* se ve que el p-valor (0,0000) es menor que (0,05), lo que nos lleva a aceptar la estacionariedad, como también se ve en grafico anterior.

³⁹ Véase Damodar N Gujarati (2004) Pág. 516-519. Y G.S. Maddala (1996) Pág. 658-666

Cuadro 10
Bolivia: Test de Dickey-Fuller Aumentado**
(PIB per-capita)

| | | t-Statistic | Prob.* | |
|--|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | -9,813485 | 0,0000 | |
| Test critical values: | 1% level | -3,462095 | | |
| | 5% level | -2,875398 | | |
| | 10% level | -2,574234 | | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| DLNPIBPC(-1) | -0,641823 | 0,065402 | -9,813485 | 0,0000 |
| C | 0,011787 | 0,003065 | 3,845531 | 0,0002 |
| R-squared | 0,320689 | Mean dependent var | | -6,76E-05 |
| Adjusted R-squared | 0,317360 | S.D. dependent var | | 0,048937 |
| S.E. of regression | 0,040433 | Akaike info criterion | | -3,568685 |
| Sum squared resid | 0,333503 | Schwarz criterion | | -3,536375 |
| Log likelihood | 3,695745 | Hannan-Quinn criter. | | -3,555618 |
| F-statistic | 9,630449 | Durbin-Watson stat | | 2,004489 |
| Prob(F-statistic) | 0,000000 | | | |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)

Elaboración propia

** Realizado el test para la serie de PIB pc.

Para la variable del PIB per-cápita, los valores del t-Statistic son mayores a los valores de críticos de MacKinnon al 1% (-3,4620), 5% (-2,8753) y 10% (-2,5742), ambos en valores absolutos, luego aceptamos la hipótesis alternativa, donde esta variable es estacionaria.

En el cuadro anterior se observa que el valor de estadístico t es débilmente mayor al 2% cuyo p-valor es de 5%, mayor al 10% por lo que se puede mencionar que la serie del logaritmo del PIB per cápita es estacionario. Los tests de corte transversal y panel suponen implícitamente que las economías están alejadas de sus niveles de estado estacionario y, en ese contexto, las menos desarrolladas (o las que están más lejos de su nivel de estado estacionario) deben crecer a una tasa superior para que haya un mayor nivel de inversión.

Cuadro 11
Bolivia: Test de Dickey-Fuller Aumentado**
(Inversión Pública)

| | t-Statistic | Prob.* |
|--|-------------|--------|
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | -1,785762 | 0,3868 |
| Test critical values: 1% level | -3,462737 | |
| 5% level | -2,875680 | |
| 10% level | -2,574385 | |

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| INV(-1) | -0,106286 | 0,059518 | -1,785762 | 0,0757 |
| D(INV(-1)) | -0,230530 | 0,082850 | -2,782494 | 0,0059 |
| D(INV(-2)) | -0,508062 | 0,079794 | -6,367154 | 0,0000 |
| D(INV(-3)) | -0,223360 | 0,074113 | -3,013792 | 0,0029 |
| D(INV(-4)) | -0,224559 | 0,070798 | -3,171804 | 0,0018 |
| C | 0,011435 | 0,006304 | 1,814034 | 0,0712 |
| R-squared | 0,283215 | Mean dependent var | | 0,000572 |
| Adjusted R-squared | 0,264930 | S.D. dependent var | | 0,040868 |
| S.E. of regression | 0,035038 | Akaike info criterion | | -3,835488 |
| Sum squared resid | 0,240628 | Schwarz criterion | | -3,737223 |
| Log likelihood | 3,933843 | Hannan-Quinn criter. | | -3,795730 |
| F-statistic | 1,548868 | Durbin-Watson stat | | 1,977487 |
| Prob(F-statistic) | 0,000000 | | | |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)

Elaboración propia

** Realizado el test para la serie de la Inversión Pública.

Para la variable de la inversión pública, el valor del t-Statistic es menor a los valores de críticos de MacKinnon al 1% (-3,4627), 5% (-2,8756) y 10% (-2,5743), ambos en valores absolutos, luego rechazamos la hipótesis alternativa, donde estas variables son series no estacionarias, y por lo tanto los shocks en esta variable tienen efectos permanentes.

6.5. Test de normalidad

Para analizar si existe una distribución normal se testea mediante dos componentes: se presenta mediante el estadístico de Jarque-Bera y la prueba de normalidad de quantile-quantile.

a) El estadístico de Jarque-Bera⁴⁰

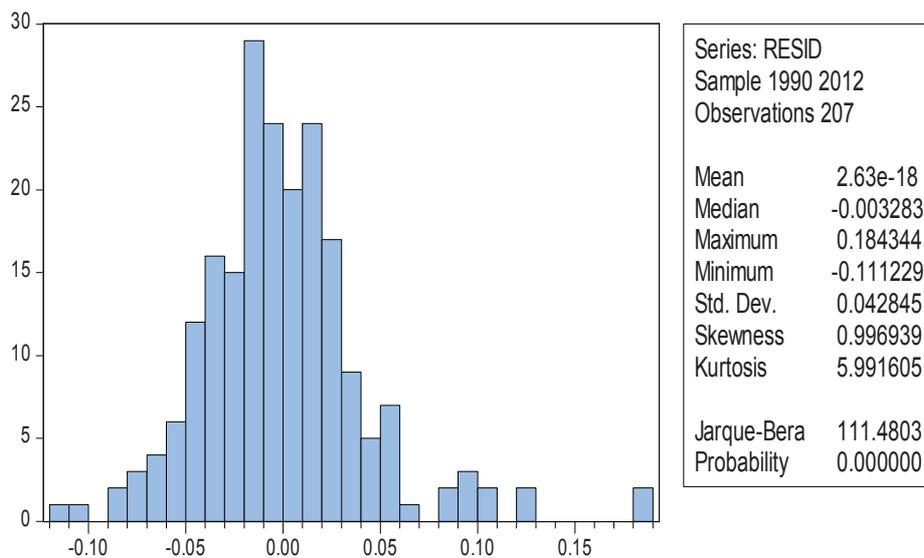
La prueba de Jarque-Bera de la normalidad es una prueba que cumple las siguientes hipótesis.

$$H_0: \mu_t \sim \text{Se aproxima a una distribución normal}$$

$$H_1: \mu_t \sim \text{No se aproxima a una distribución normal}$$

Siguiendo una regla de decisión: $JB < \chi^2_{(0,05;g)}$, como se observa en el siguiente *grafico 13* el valor de JB es de 111.82 es mayor al cinco por ciento, por lo tanto se acepta la hipótesis nula.

Grafico 15
Test de Jarque-Bera

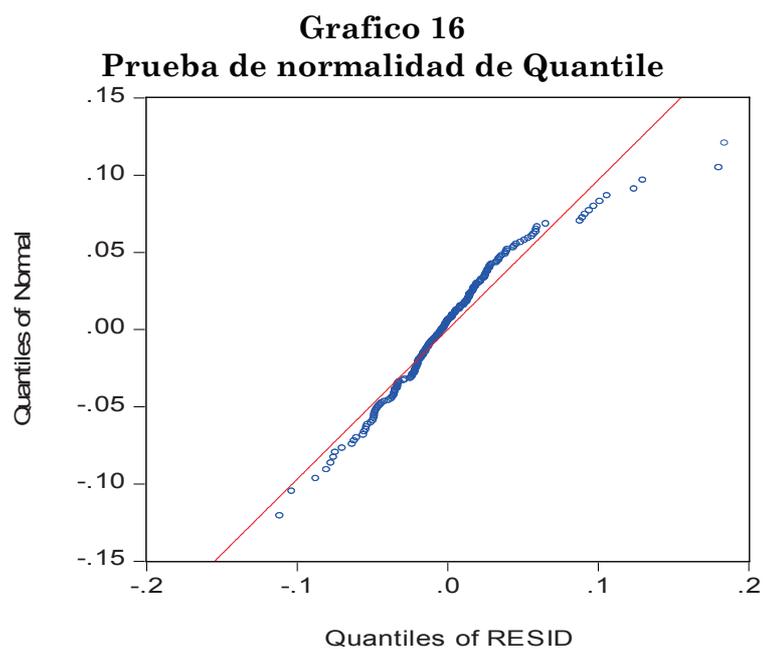


En contraste formal de Jarque-Bera acepta formalmente la normalidad de los residuos.

⁴⁰ C.M. Jarque y A.K. Bera, "A Test for Normality of Observations and Regression Residuals" International Statistical Review, vol. 55 1987, pp162-172

b) Test de normalidad de Quantile

Para que exista normalidad en los residuos los puntos deberá estar muy cercano a lo largo de la recta, caso contrario si los puntos están muy dispersos y la mayoría están fuera de la línea, entonces se determina que no existe normalidad. Como se observa en el *grafico 14* los puntos están sobre la recta entonces podemos decir que los puntos de los residuos tiene una distribución normal



PARTE V

**CONCLUSIONES Y
RECOMENDACIONES**

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

7.1. Conclusiones

El objetivo de este trabajo consistió en, determinar el impacto de la inversión pública sobre la tasa de crecimiento económico en Bolivia, con instrumentos provenientes de la econometría espacial, por lo tanto los resultados estimados, nos muestran que existe un vínculo entre la tasa de crecimiento económico y la inversión pública, estadísticamente significativo, cuando no se controla el efecto variable y tiempo, y cuando se controla el efecto variable y tiempo, la variable inversión pública no tiene relación alguna estadísticamente con el crecimiento económico del PIB per-cápita, lo cual nos promueve el desarrollo y mejorar el estándar de vida.

Sin embargo, se obtiene algunas conclusiones adicionales que merecen reportarse.

- ❖ En primer lugar los resultados de la evolución de la tasa de crecimiento del PIB per-cápita nos indica que en promedio fue de 4,0% de 1990-2012, llegando a un mínimo de 0,4% en 1999 para luego recuperarse hasta llegar a un máximo de 6,1% en 2008, lo que nos indica que los departamentos que más aportaron al Producto Interno Bruto son Santa Cruz, La Paz y Cochabamba. Este incremento fue impulsado principalmente por la demanda interna. Esto se debe al consumo de los hogares y la inversión pública que mantuvieron una fuerte incidencia y continuaron siendo el soporte de la expansión sostenida del producto en estos últimos años, debido a la nacionalización de los sectores estratégicos y la inversión pública ejecutada que alcanzó niveles muy altos.
- ❖ Por otro lado el PIB per-cápita real en el año 1990 se registró Bs.2316 y en 1998 Bs.2703 presentándose una tendencia creciente con una velocidad aproximada del 2,5%, a partir de ese entonces la evolución fue desacelerándose hasta el año 2002, sin embargo a partir del 2003 nuevamente se experimenta una tendencia ascendente de manera sostenida y acelerada, lo que permitió mejorar el estándar de vida, a pesar de la crisis internacional, la economía boliviana mostró la fortaleza al no

presentar tasas negativas de crecimiento. En suma, a pesar que desde los principios y finales de los noventa, el país ha realizado esfuerzos importantes para encausar la economía en una senda de crecimiento sostenido, los resultados más bien han sido satisfactorios, habiéndose alcanzado un crecimiento moderado y consecuentemente un mejoramiento regular de la calidad de vida de los bolivianos, lo que en estos últimos años Tarija presenta con mayores ingresos per-cápita alrededor de Bs. 7 mil.

- ❖ Durante el periodo de estudio la inversión pública creció de 6.5% (1990) a 10,6% (2012) en porcentaje del PIB mientras que el PIB creció de 4,6% a 5,2% lo que significa un incremento de 0,6%, esto demuestra que los recursos destinados a la inversión no han tenido mucha efectividad en la que se esperaba en el crecimiento económico, nivel que es insuficiente para que Bolivia pueda desarrollarse y eliminar la extrema pobreza. Con respecto a la inversión pública por sectores, de que mayor parte se dio importancia al *sector de infraestructura* con un promedio el 45,4%, seguido por el *sector social* que represento el 30,5%, y por lo tanto el *sector productivo* ocupa el tercer lugar con 16,7% y por último el 7,3% que representa el *sector multisectorial*, y donde la variable de ajuste se encuentra en la inversión en infraestructura seguido por el sector social. Todos estos sub-rubros están expresados en promedio y en proporción de la inversión total. Los altos niveles de inversión pública total se dieron en los departamentos de Santa Cruz con una incidencia de 20,7%, La Paz, 18,8%, Cochabamba 16,1%, que invirtieron más de la mitad de los recursos programados.
- ❖ Según los resultados obtenidos mediante el análisis econométrico la inversión pública no parece afectar de forma permanente a la tasa de crecimiento del PIB per cápita sino de forma transitoria, en términos generales, que la inversión en el sector de infraestructura resulto ser positivo pero estadísticamente significativo, mientras la inversión en los sectores de Producción, social y multisectorial tendrían un efecto negativo, también estadísticamente significativos sobre el crecimiento de la economía. Podemos ver que cuando se aplica el efecto variable y efecto tiempo el gasto en infraestructura es estadísticamente no significativo, para lo cual en el efecto variable viene las características particulares de cada departamento y sus distintas necesidades de inversión.
- ❖ Por último vemos la autocorrelación espacial (W) también llamado matriz de contigüidad de la variable explicada ($\Delta \ln y_{it}$) y explicativa (I_{it}) es negativa y estadísticamente significativa hallada en la estimación, mediante el modelo de

coeficientes constantes, implica de que no existe ninguna relación de una región a otra en la tasa de crecimiento del PIB per-cápita y también de la inversión, y cuando se la controla la variable (Inversión) y el tiempo nos proporciona que es estadísticamente insignificante, igualmente implica que no hay relación de una región a otra. De que las inversiones departamentales son independientes de la otra para lo cual las políticas gubernamentales pueden incrementar el crecimiento económico promoviendo la integración económica y crecimiento regional.

7.2. Recomendaciones

Por último nuestras recomendaciones de política económica son: la promoción y diversificación de la inversión pública y privada, que generan mayores crecimientos para el aparato productivo de la economía boliviana. Realizar una mejora de la inversión en el sector productivo y social para robustecer el crecimiento sostenido y desarrollo, conforme lo establece El Plan de Desarrollo que tiene que tener un crecimiento de sostenido, por lo tanto se recomienda a los hacedores de política del gobierno general, realizar inversión más en el sector productivo, crear empresas estratégicas así lograr en el largo plazo recaudar ingresos sumamente importantes para el crecimiento.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Aschauer David. A. (1989), "Is Public Expenditure Productive?" *Journal of Monetary Economics*, vol. 23
- Aschauer, D. A. (2000): "Do states optimize? Public capital and economic growth", *The Annals of Regional Science*, 34, pp. 343-363.
- Arellano, M., y Bover, O. (1990), "La econometría de los datos de panel", *Investigaciones Económicas*, 14, pp. 3-45.
- Alvis Camilo y Castrillon Cristian (2011), "Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría de crecimiento endógeno", Borradores Departamento de Economía. N° 42.
- Baltagi Badi H. (2005), "Econometric Analysis of Panel Data", editorial, John Wiley, 3° ed.
- Barro Robert J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *The Journal of Political Economy*, vol. 98, N° 5.
- Barro Robert J. (1991), "Economic Growth in a Cross Section of Countries" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, No. 2. , pp. 407-443.
- Barro Robert J. (1991), "Economic Growth in a Cross Section of Countries", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, No. 2. (May, 1991), pp. 407-443
- Barro Robert J. Grilli Vittorio con Ramón Febrero (1997) "*Macroeconomía Teoría y Política*", editorial McGraw-Hill.
- Barro Robert J. y Sala-i-Martin Xavier (2009) "Crecimiento Económico", editorial Reverté. 2° ed.
- Blanchard Oliver, Amighini Alessia y Giavazzi Francesco (2011) "Macroeconomía", editorial, PEARSON Prentice Hall. 5° ed.
- Bajo-Rubio, O.; Díaz, C., y Montávez, D. (1999): "Política fiscal y crecimiento en las comunidades autónomas españolas", *Papeles de Economía Española*, 80, pp. 203-218.
- Banco Mundial (2006), "Crecer Beneficiando a los más pobres. Evaluando de la pobreza en Bolivia". Plural editores.
- Cerdá T. Emilio (2001), "Optimización Dinámica", editorial, Prentice Hall.

- Cuadrado Juan R. (2005) "Política Económica", editorial McGraw-Hill. 3º ed.
- Devarajan, S., Swaroop, V. y Zou, H. (1996), "The composition of Public Expenditure and Economic Growth", *Journal of Monetary Economics*, vol. 37, pp. 313-344.
- De Gregorio José (2007) "*Macroeconomía Teoría y Políticas*", editorial, PEARSON Prentice Hall. 1º ed.
- Díaz R. Carmen y Marínez L. Diego (2005), "inversión pública y crecimiento económico. Una revisión crítica con propuesta de futuro", Fundación Centro de Estudios Andaluces.
- Doménech Rafael (2004), "Política Fiscal y Crecimiento Económico", Universidad de Valencia. Pp 1-29
- Easterly W. and Rebello S. (1993), "Fiscal Policy and Economic Growth: An Empirical Analysis", *Journal of Monetary Policy*, 32(4), 417-58.
- Fundación Milenio (2013), "¿Qué Dice el Gasto Fiscal?", *Coloquios Económicos* N° 25
- Futagami, K., Morita, y. y Shibata, A. (1993): "Dynamic analysis of an endogenous growth model with public capital", *Scandinavian Journal of Economics*, 95 (4), pp. 607-625.
- Greene William H. (2003), "Econometric Analysis", editorial, Prentice Hall. 5º ed.
- Gujarati Damodar N. (1997), "Econometría", editorial McGraw-Hill. 3º ed.
- Hamilton James D. (1994) "Time Series Analysis", Princeton University Press.
- Hernández S. Roberto, Fernández C. Carlos y Baptista L. Pilar (2010) "Metodología de la Investigación", editorial McGraw-Hill. 5º ed.
- Hernández M. José L. (2009), "la composición del gasto público y el crecimiento económico", *Análisis Económico*, N° 55, Vol. XXIV
- Herrera Rémy (2012), "El Gasto público y crecimiento económico: para salir de la ciencias neoclásica", editorial BCV, Banco Central de Venezuela.
- Humérez , J. y Dorado, H. (2006), "Una aproximación de los determinantes del Crecimiento Económico en Bolivia 1960 – 2004". Unidad de Análisis de Políticas Sociales y Económicas (UDAPE), vol. 21
- Landau, Daniel. (1983) "Government expenditure and economic growth: a cross –country study", *Southern Economic Journal* 49: 783-792
- Maddala G. S. (1996), "Introducción a la Econometría", editorial, Prentice Hall. 2º ed.
- Martínez, D. (2001): "Inversión pública y convergencia regional en España: una introducción empírica", *VIII Encuentro de Economía Pública*, Cáceres, 8-9 de febrero de 2001.

- Mochón Francisco, Gámez consuelo (1996) "Macroeconomía", editorial McGraw-Hill. 1º ed.
- Montero, Casto Martín (2010), "Inversión pública en Bolivia y su incidencia en el Crecimiento Económico: Un análisis desde la perspectiva espacial". Banco Central de Bolivia.
- Moreno R. y Vayá E. (2002), "Técnicas Econométricas Para el Tratamiento de Datos Espaciales: La Econometría Espacial", Universidad de Barcelona
- Pinilla Rodriguez D.E., Jimenez Aguilera J.D. y Montero Granados R. (2012), "Gasto público y crecimiento económico. Un estudio empírico para América Latina", Cuadrenos de Economía, 32(59), 181-210.
- Rebelo Sergio (1991), "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth". The Journal of Political Economy, University of Chicago Press, Vol. 99, No. 3, pp. 500-521
- Romer David "Macroeconomía Avanzada", editorial McGraw-Hill. 1º ed.
- Romer P. M. (1990), "Endogenous Technological Change", journal of Political Economy, 98(5), 71-102
- Sala-i-Martin (1999) "Apuntes de Crecimiento Económico", editorial Antoni Bosch. 2º ed.
- Sachs, Jeffrey y Larraín, Felipe (1994), "Macroeconomía en la Economía Global", editorial Printice Hall Hispanoamericana S.A. México, 1º edición.
- Solow, R. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, Nro 1, págs. 65-94.
- Zagler M and Dürnecker G. (2003), "Fiscal Policy and Economic Growth", Journal of Economic Surveys, 17(3), 397-418.

ANEXOS

ANEXO A

MODELO DE CRECIMIENTO CON GASTO PÚBLICO

Modelo de Barro con gasto público e impuestos.

Robert Barro⁴¹ presentó un modelo de crecimiento endógeno que incorpora el gasto del sector público e impuestos con una función de producción con dos factores: Capital privado K_t y el gasto del sector público G_t .

El modelo.

Se define la función de producción de tipo *Coob-Douglas*, donde interviene además el stock de capital privado y el gasto del gobierno.

$$Y_t = AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha} \dots (1)$$

$$s.a : 0 < \alpha < 1$$

Donde:

Y_t : Producto agregado en el instante "t".

K_t : Stock de capital privado en el instante "t".

G_t : Volumen del gasto público en el instante "t".

A : Índice de nivel de tecnología.

α : Elasticidad producto respecto al capital privado.

Dividiendo a la función de producción (Ecuación 1) entre la cantidad de trabajadores de la economía.

$$\frac{Y_t}{L_t} = A \frac{K_t^\alpha G_t^{1-\alpha}}{L_t} \Rightarrow \frac{Y_t}{L_t} = A \frac{K_t^\alpha G_t^{1-\alpha}}{L_t^\alpha L_t^{1-\alpha}} \Rightarrow \boxed{y_t = Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha}} \dots (2)$$

Donde:

y_t : Producto per-cápita en el instante "t".

k_t : Stock de capital por trabajador en el instante "t".

g_t : Gasto de gobierno por trabajador en el instante "t".

Ecuación fundamental.

Condición de equilibrio macroeconómico (economía cerrada). $Y_t = C_t + I_t + G_t$

Consumo: $C_t = cY_t^d$ Si $Y_t^d = Y_t - T \Rightarrow Y_t^d = Y_t - \tau Y_t \dots (3)$

En la ecuación (3) dividiendo sobre la cantidad de trabajo.

$$\frac{Y_t^d}{L_t} = \frac{Y_t - \tau Y_t}{L_t} \Rightarrow \frac{Y_t^d}{L_t} = (1 - \tau) \frac{Y_t}{L_t} \Rightarrow y_t^d = (1 - \tau) y_t \dots (4)$$

⁴¹ En su trabajo *Government spending in a simple model of endogenous growth* de 1990.

Ahorro:

$$S_t = sY_t^d \quad // \div L_t$$

$$\frac{S_t}{L_t} = sy_t^d \quad \text{Reemplazando la ecuacion (4)}$$

$$\frac{S_t}{L_t} = s(1-\tau)y_t \dots (5)$$

$$PMgC + PMgS = 1 \Rightarrow 1 - c = s$$

Inversión: $I_t = \dot{K}_t + \delta K_t \Rightarrow \frac{I_t}{L_t} = \frac{\dot{K}_t}{L_t} + \delta k_t \dots (6)$

Si $k_t = \frac{K_t}{L_t} \Rightarrow K_t = k_t L_t$, por lo tanto derivando, y obteniendo la siguiente expresión.

$$\dot{K}_t = \dot{k}_t L_t + k_t \dot{L}_t \Rightarrow \frac{\dot{K}_t}{L_t} = \frac{\dot{k}_t L_t + k_t \dot{L}_t}{L_t} \Rightarrow \frac{\dot{K}_t}{L_t} = \dot{k}_t + \eta k_t \dots (7)$$

Reemplazando (7), en (6):

$$\frac{I_t}{L_t} = \dot{k}_t + \eta k_t + \delta k_t \Rightarrow \frac{I_t}{L_t} = \dot{k}_t + (\eta + \delta) k_t \dots (8)$$

Gobierno: En el largo plazo no existe un desequilibrio fiscal, entonces: $G_t = T = \tau Y_t$

$$G_t = \tau Y_t \Rightarrow \frac{G_t}{L_t} = \tau \frac{Y_t}{L_t} \Rightarrow g_t = \tau y_t \Rightarrow g_t = \tau A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} \Rightarrow \frac{g_t}{k_t} = [\tau A]^\frac{1}{\alpha} \dots (9)$$

Partiendo de la condición dinámica de equilibrio $I = S$, entonces igualando las ecuaciones (5) y (8).

$$\dot{k}_t + (\eta + \delta) k_t = s(1-\tau)y_t \Rightarrow \dot{k}_t = s(1-\tau)y_t - (\eta + \delta)k_t$$

$$\boxed{\dot{k}_t = s(1-\tau) A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta) k_t} \quad \text{Ecuación Fundamental del Sector Publico}$$

Versión Barro.

Dividiendo a la ecuación fundamental entre k_t

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \frac{s(1-\tau) A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta) k_t}{k_t} \Rightarrow \gamma_t = s(1-\tau) A \frac{k_t^\alpha}{k_t} g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta)$$

Donde:

- γ_t : Tasa de crecimiento por trabajador.
- τ : Tasa marginal de tributación.
- δ : Tasa de depreciación del stock de capital.
- s : Producto marginal a ahorrar.
- η : Tasa de crecimiento de la población.

Para este modelo tomaremos al gasto como dado, y seguiremos suponiendo que el gobierno tiene que equilibrar su presupuesto en todos los momentos del tiempo y que los agentes de la economía maximizan su utilidad como se aprecia en la siguiente función de utilidad.

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{c_t\}_0^\infty} : U &= \int_0^\infty e^{-(\rho-\eta)t} \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt \\ \text{s.a.} \quad \dot{k}_t &= s(1-\tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta)k_t \end{aligned}$$

Donde:

- c_t : Variable de control.
- k_t : Variable de estado.
- μ_t : Variable de coestado.

Simplificando la restricción.

$$\begin{aligned} \dot{k}_t &= s(1-\tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta)k_t \\ \dot{k}_t &= (1-s)(1-\tau)y_t - (\eta + \delta)k_t \\ \dot{k}_t &= (1-\tau)y_t - c(1-\tau)y_t - (\eta + \delta)k_t \\ \dot{k}_t &= (1-\tau)y_t - c_t - (\eta + \delta)k_t \\ \dot{k}_t &= (1-\tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t - (\eta + \delta)k_t \end{aligned}$$

Aplicando la metodología del Hamiltoniano.

$$H(\bullet) = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-(\rho-\eta)t} + \mu_t [(1-\tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t - (\eta + \delta)k_t]$$

Condición de primer orden:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \frac{\partial H}{\partial c_t} &= 0 \quad \Rightarrow \quad c_t^{-\sigma} e^{-(\rho-\eta)t} - \mu_t = 0 \\ & \quad c_t^{-\sigma} e^{-(\rho-\eta)t} = \mu_t \\ & \quad -\sigma \text{Ln } c_t - (\rho - \eta)t = \text{Ln } \mu_t \\ & \quad \sigma \text{Ln } c_t + (\rho - \eta)t = -\text{Ln } \mu_t \quad \text{Derivando} \\ & \quad \sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} + (\rho - \eta) = -\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} \quad \dots(I) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad \frac{\partial H}{\partial k_t} = -\dot{\mu}_t &\Rightarrow \mu_t \left[\alpha(1-\tau) A k_t^{\alpha-1} g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta) \right] = -\dot{\mu}_t \\
 &\mu_t \left[\alpha(1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - (\eta + \delta) \right] = -\dot{\mu}_t \\
 &\alpha(1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - (\eta + \delta) = -\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} \dots (II)
 \end{aligned}$$

$$\text{iii)} \quad \frac{\partial H}{\partial \mu_t} = \dot{k}_t \quad \dot{k}_t = (1-\tau) A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t - (\eta + \delta) k_t$$

Igualando la ecuación (I) y (II) .

$$\begin{aligned}
 \sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} + (\rho - \eta) &= \alpha(1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - (\eta + \delta) \\
 \sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} &= \alpha(1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - \eta - \delta - \rho + \eta \\
 \sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} &= \alpha(1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - (\rho + \delta)
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha(1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - (\rho + \delta) \right]} \quad \text{Proposición de Barro-Ramsey}$$

Reemplazando la ecuación (9) en la proposición de Barro-Ramsey.

$$\begin{aligned}
 \frac{\dot{c}_t}{c_t} &= \frac{1}{\sigma} \left[\alpha(1-\tau) A \left(\frac{g_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} - (\rho + \delta) \right] \\
 \frac{\dot{c}_t}{c_t} &= \frac{1}{\sigma} \left[\alpha(1-\tau) A \left(\tau A \frac{1}{\alpha} \right)^{1-\alpha} - (\rho + \delta) \right]
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\gamma_{c_t} = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha(1-\tau) A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\rho + \delta) \right]} \quad *$$

Podemos apreciar que la tasa de crecimiento es función de parámetros. Por lo tanto se concluye que: $\gamma_k = \gamma_c = \gamma_g = \gamma_y = \gamma^*$

LA RELACIÓN ENTRE EL TAMAÑO DEL ESTADO Y LA TASA DE CRECIMIENTO.

De la ecuación (*) relaciona la tasa de crecimiento de la economía (γ) con el tipo impositivo (τ).

$$\text{a) Si } \tau = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma_y = \frac{1}{\sigma} \{ -(\rho + \delta) \} = -\frac{\rho + \delta}{\sigma}$$

$$\text{b) Si } \tau = 1 \quad \Rightarrow \quad \gamma_y = -\frac{\rho + \delta}{\sigma}$$

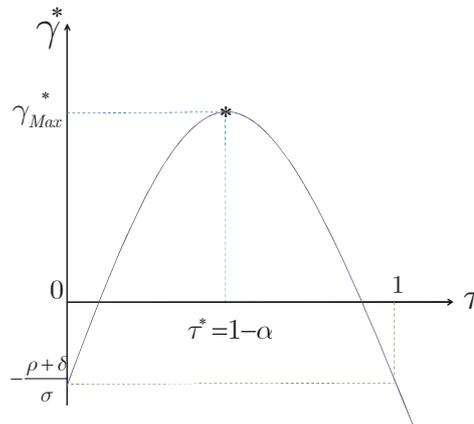
$$\text{c) Si } 0 < \tau < 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \gamma_y}{\partial \tau} = 0$$

$$\frac{1}{\sigma} \left\{ -\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + \alpha(1-\tau) \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \right\} = 0$$

$$(1-\alpha)(1-\tau) = \alpha \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha} - \frac{1-2\alpha}{\alpha}}$$

$$\boxed{\tau^* = 1 - \alpha}$$

Relación entre la tasa de crecimiento y τ



La tasa de crecimiento que resultaría en caso de que el gobierno escoja $\tau^* = 1 - \alpha$ sería:

$$\gamma^* = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha(1-1+\alpha) A^{\frac{1}{\alpha}} (1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\rho + \delta) \right]$$

$$\gamma_{Max}^* = \frac{1}{\sigma} \left[\alpha^2 A^{\frac{1}{\alpha}} (1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\rho + \delta) \right]$$

LA ECONOMÍA DEL PLANIFICADOR CENTRAL Y EL CRECIMIENTO ÓPTIMO

La cantidad de producto producido es repartida entre consumo, inversión y gasto público.

Condición de equilibrio: $Y = C + I + G \quad // \div L \quad \Rightarrow \quad y = c + i + g$

Entonces: $y = c + \dot{k} + (\eta + \delta)k + g$

$$\therefore \dot{k} = A k^\alpha g^{1-\alpha} - c - (\eta + \delta)k - g$$

De modo que el planificador maximiza la función de utilidad del individuo sujeto a una nueva restricción.

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{c_t\}_0^\infty} : U &= \int_0^\infty e^{-(\rho-\eta)t} \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt \\ \text{s.a.} \quad \dot{k} &= Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - (\eta + \delta)k - g \end{aligned}$$

El Hamiltoniano de este problema es:

$$H(\bullet) = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-(\rho-\eta)t} + \mu_t [Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - (\eta + \delta)k - g]$$

Condición de primer orden:

$$\text{i) } \frac{\partial H}{\partial c_t} = 0 \quad \Rightarrow \quad c_t^{-\sigma} e^{-(\rho-\eta)t} - \mu_t = 0 \quad // \ln$$

$$-\sigma \ln c_t - (\rho - \eta)t = \ln \mu_t$$

$$\sigma \ln c_t + (\rho - \eta)t = -\ln \mu_t \quad \text{Derivando}$$

$$\sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} + (\rho - \eta) = -\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} \quad (a)$$

$$\text{ii) } \frac{\partial H}{\partial k_t} = -\dot{\mu}_t \quad \Rightarrow \quad \mu_t [\alpha Ak_t^{\alpha-1} g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta)] = -\dot{\mu}_t$$

$$\alpha Ak_t^{\alpha-1} g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta) = -\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} \quad (b)$$

Igualando la ecuación (a) y (b).

$$\sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} + (\rho - \eta) = \alpha Ak_t^{\alpha-1} g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta)$$

$$\sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \alpha Ak_t^{\alpha-1} g_t^{1-\alpha} - (\rho + \delta)$$

$$\boxed{\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \gamma_c = \frac{1}{\sigma} \left\{ \alpha Ak_t^{\alpha-1} g_t^{1-\alpha} - (\rho + \delta) \right\}}$$

El planificador elige el tamaño del gobierno óptimo, de forma que la tasa de crecimiento es:

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma} \left\{ \alpha A^{\frac{1}{\alpha}} (1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\rho + \delta) \right\}$$

ANEXO B

PRODUCTO INTERNO BRUTO, SEGÚN DEPARTAMENTO (1): 1990 - 2012

(En Miles de Bolivianos, 1990=100)

| Año | Chuquisaca | La Paz | Cochabamba | Potosí | Oruro | Santa Cruz | Tarija | Beni | Pando | Bolivia |
|------|------------|-----------|------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|---------|------------|
| 1990 | 1.053.112 | 4.166.288 | 2.723.101 | 929.777 | 845.786 | 4.144.896 | 807.218 | 652.467 | 120.491 | 15.443.136 |
| 1991 | 1.066.240 | 4.454.032 | 2.805.674 | 977.973 | 906.306 | 4.421.263 | 859.794 | 645.897 | 119.275 | 16.256.454 |
| 1992 | 1.048.355 | 4.616.862 | 2.853.476 | 1.002.680 | 917.128 | 4.480.599 | 856.380 | 631.767 | 116.868 | 16.524.115 |
| 1993 | 1.069.892 | 4.796.133 | 2.998.356 | 1.044.104 | 978.017 | 4.696.638 | 867.218 | 654.741 | 124.480 | 17.229.579 |
| 1994 | 1.047.485 | 5.003.282 | 3.191.511 | 989.337 | 1.066.423 | 5.032.351 | 894.512 | 672.301 | 136.525 | 18.033.727 |
| 1995 | 1.047.095 | 5.273.419 | 3.410.512 | 998.628 | 1.141.119 | 5.276.379 | 891.671 | 693.446 | 145.128 | 18.877.397 |
| 1996 | 1.037.168 | 5.415.494 | 3.580.280 | 1.042.646 | 1.169.103 | 5.654.707 | 933.376 | 717.502 | 150.430 | 19.700.706 |
| 1997 | 1.098.433 | 5.404.823 | 3.749.685 | 1.052.988 | 1.315.112 | 6.040.583 | 1.088.407 | 764.377 | 162.309 | 20.676.717 |
| 1998 | 1.145.406 | 5.168.805 | 3.921.526 | 1.047.170 | 1.424.151 | 6.828.281 | 1.204.764 | 791.816 | 184.704 | 21.716.623 |
| 1999 | 1.228.986 | 5.315.652 | 3.988.283 | 1.111.507 | 1.397.789 | 6.537.250 | 1.185.827 | 848.790 | 195.244 | 21.809.328 |
| 2000 | 1.203.820 | 5.312.097 | 4.083.829 | 1.165.752 | 1.387.423 | 6.885.006 | 1.235.662 | 871.608 | 211.069 | 22.356.266 |
| 2001 | 1.201.858 | 5.332.172 | 4.090.903 | 1.137.565 | 1.409.327 | 7.124.482 | 1.325.695 | 888.195 | 222.503 | 22.732.700 |
| 2002 | 1.213.750 | 5.604.210 | 4.110.309 | 1.181.571 | 1.378.407 | 7.163.795 | 1.534.123 | 887.517 | 224.054 | 23.297.736 |
| 2003 | 1.194.412 | 5.892.777 | 4.076.686 | 1.254.414 | 1.312.470 | 7.332.558 | 1.757.398 | 886.902 | 221.801 | 23.929.418 |
| 2004 | 1.244.109 | 6.056.316 | 4.304.780 | 1.288.186 | 1.248.437 | 7.562.318 | 2.090.785 | 902.009 | 231.123 | 24.928.063 |
| 2005 | 1.256.243 | 6.124.302 | 4.368.231 | 1.323.892 | 1.301.490 | 7.880.419 | 2.622.350 | 912.266 | 241.047 | 26.030.240 |
| 2006 | 1.329.054 | 6.364.792 | 4.554.821 | 1.378.917 | 1.368.946 | 8.211.315 | 2.810.369 | 1.006.745 | 253.954 | 27.278.913 |
| 2007 | 1.352.752 | 6.669.426 | 4.728.634 | 1.556.415 | 1.413.962 | 8.472.251 | 3.031.026 | 1.015.942 | 283.619 | 28.524.027 |
| 2008 | 1.442.740 | 7.069.768 | 4.894.899 | 1.933.903 | 1.675.976 | 8.733.964 | 3.175.800 | 1.051.316 | 299.460 | 30.277.826 |
| 2009 | 1.479.717 | 7.412.588 | 5.033.605 | 2.088.955 | 1.772.248 | 8.977.106 | 3.138.288 | 1.090.769 | 300.977 | 31.294.253 |
| 2010 | 1.555.347 | 7.762.015 | 5.259.481 | 2.075.861 | 1.818.387 | 9.309.919 | 3.365.168 | 1.126.348 | 313.154 | 32.585.680 |
| 2011 | 1.619.601 | 8.228.997 | 5.478.600 | 2.168.609 | 1.889.098 | 9.838.591 | 3.578.354 | 1.149.117 | 320.673 | 34.271.640 |
| 2012 | 1.760.505 | 8.632.401 | 5.681.599 | 2.000.898 | 1.841.932 | 10.683.550 | 3.919.144 | 1.194.251 | 331.408 | 36.045.688 |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística
Elaboración: Propia
(1): A Precios de Mercado

INVERSION PUBLICA POR DEPARTAMENTOS Y SECTORES: 1990-2012
(En miles de Bolivianos)

| | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Chuquisaca | 808,9 | 996,7 | 1.116,3 | 1.647,9 | 1.336,6 | 1.019,0 | 855,6 | 797,1 | 838,8 | 1.045,1 | 1.235,5 | 1.305,5 | 1.366,7 | 802,8 | 1.509,5 | 1.867,4 | 1.654,8 | 1.348,6 | 1.518,5 | 2.259,0 | 1.921,6 | 2.399,4 | 2.094,1 |
| Infraestructura | 262,9 | 374,7 | 427,4 | 1.084,6 | 760,5 | 247,5 | 206,3 | 245,2 | 228,1 | 305,9 | 402,3 | 505,4 | 583,5 | 281,3 | 860,0 | 1.062,5 | 898,6 | 686,5 | 569,5 | 942,9 | 861,9 | 1.401,0 | 978,8 |
| Productivo | 327,8 | 381,6 | 238,9 | 246,7 | 251,1 | 236,5 | 139,1 | 106,4 | 131,4 | 132,1 | 153,8 | 188,7 | 137,9 | 123,1 | 263,1 | 333,4 | 239,7 | 157,7 | 136,9 | 241,1 | 411,2 | 417,6 | 341,4 |
| Social | 146,2 | 166,4 | 296,0 | 237,2 | 212,7 | 180,6 | 224,6 | 362,4 | 457,8 | 579,4 | 621,1 | 537,8 | 592,4 | 372,2 | 347,3 | 390,0 | 468,7 | 419,4 | 710,5 | 907,5 | 547,4 | 517,2 | 714,0 |
| Multisectorial | 72,0 | 74,1 | 154,0 | 79,5 | 112,3 | 354,4 | 285,6 | 83,1 | 21,5 | 27,7 | 58,3 | 73,7 | 52,9 | 26,2 | 39,1 | 81,5 | 47,7 | 84,9 | 101,6 | 167,6 | 101,1 | 63,6 | 59,9 |
| La Paz | 1.308,9 | 1.502,5 | 2.033,7 | 1.863,7 | 3.328,4 | 3.291,4 | 3.648,0 | 2.660,0 | 2.436,0 | 2.589,3 | 2.906,3 | 2.998,6 | 2.934,8 | 2.597,5 | 2.953,5 | 2.593,9 | 2.839,4 | 3.009,5 | 4.327,2 | 5.325,4 | 5.249,7 | 5.068,1 | 7.232,5 |
| Infraestructura | 508,3 | 801,7 | 904,2 | 939,7 | 2.152,6 | 1.806,8 | 2.063,9 | 1.079,2 | 1.148,6 | 1.114,5 | 1.223,0 | 1.114,2 | 1.142,2 | 1.218,0 | 1.402,2 | 1.148,0 | 1.146,2 | 1.291,2 | 1.676,2 | 1.852,2 | 2.030,3 | 1.686,9 | 3.269,7 |
| Productivo | 67,7 | 186,1 | 245,4 | 256,9 | 357,9 | 122,6 | 123,9 | 108,6 | 123,2 | 178,0 | 154,3 | 311,8 | 294,6 | 162,0 | 178,1 | 283,2 | 408,1 | 324,1 | 384,0 | 701,6 | 1.403,4 | 1.187,1 | 1.595,3 |
| Social | 727,1 | 399,3 | 778,5 | 543,1 | 654,2 | 360,6 | 595,4 | 1.342,5 | 1.110,5 | 1.200,7 | 1.413,1 | 1.369,4 | 1.334,5 | 1.067,5 | 1.225,0 | 1.004,9 | 1.118,1 | 1.216,2 | 1.832,7 | 2.343,6 | 1.389,9 | 1.792,5 | 1.874,6 |
| Multisectorial | 5,8 | 115,3 | 105,7 | 123,9 | 163,7 | 1.001,4 | 864,9 | 129,7 | 53,8 | 96,0 | 116,0 | 203,1 | 163,5 | 149,9 | 148,2 | 157,8 | 166,9 | 178,0 | 434,3 | 427,9 | 426,1 | 401,6 | 492,9 |
| Cochabamba | 1.376,1 | 2.504,1 | 2.523,2 | 1.693,4 | 1.836,1 | 2.945,2 | 3.401,9 | 3.335,5 | 2.080,2 | 2.136,9 | 2.341,3 | 2.993,2 | 2.389,9 | 2.181,7 | 2.508,3 | 1.998,3 | 2.601,9 | 2.397,5 | 3.324,1 | 2.700,7 | 3.533,9 | 4.370,8 | 7.025,9 |
| Infraestructura | 562,5 | 1.782,8 | 1.624,9 | 784,1 | 816,1 | 1.316,8 | 1.382,6 | 1.303,6 | 501,5 | 655,2 | 788,0 | 1.082,1 | 842,0 | 761,1 | 977,7 | 726,9 | 1.250,1 | 947,2 | 1.340,0 | 941,2 | 1.798,4 | 2.587,8 | 1.993,2 |
| Productivo | 775,7 | 573,3 | 508,4 | 570,6 | 674,0 | 552,3 | 463,2 | 673,2 | 256,9 | 251,9 | 425,2 | 366,8 | 465,3 | 394,2 | 370,6 | 427,0 | 330,8 | 509,4 | 504,3 | 272,8 | 179,7 | 374,3 | 3.138,9 |
| Social | 21,8 | 84,6 | 334,3 | 287,5 | 310,5 | 458,0 | 719,4 | 1.289,2 | 1.261,6 | 1.131,0 | 1.032,1 | 1.393,9 | 958,4 | 845,0 | 1.034,4 | 723,0 | 906,1 | 831,7 | 1.149,8 | 1.182,5 | 1.309,4 | 1.149,7 | 1.615,9 |
| Multisectorial | 16,2 | 63,4 | 55,6 | 51,2 | 35,5 | 618,1 | 836,6 | 69,5 | 60,2 | 98,9 | 96,0 | 150,4 | 124,2 | 181,4 | 125,6 | 121,4 | 115,0 | 109,1 | 330,1 | 304,1 | 246,4 | 258,9 | 277,7 |
| Potosí | 282,4 | 616,4 | 1.125,2 | 1.845,5 | 1.151,6 | 1.364,1 | 1.109,9 | 885,0 | 999,2 | 1.098,2 | 1.105,5 | 1.374,7 | 1.539,0 | 1.336,4 | 1.937,3 | 1.801,1 | 1.600,0 | 2.766,5 | 2.999,9 | 3.181,6 | 2.325,6 | 2.603,7 | 3.716,5 |
| Infraestructura | 29,4 | 188,6 | 708,2 | 1.458,5 | 509,2 | 473,2 | 292,6 | 204,9 | 191,6 | 272,5 | 419,0 | 574,4 | 596,1 | 597,4 | 1.216,4 | 1.052,0 | 785,2 | 1.796,9 | 2.009,7 | 2.396,5 | 1.513,4 | 1.443,6 | 1.915,1 |
| Productivo | 130,6 | 308,2 | 254,0 | 194,9 | 205,9 | 228,4 | 115,9 | 114,5 | 202,4 | 145,6 | 196,8 | 189,3 | 187,2 | 131,1 | 131,8 | 158,1 | 182,9 | 240,5 | 277,5 | 345,3 | 234,1 | 390,5 | 999,5 |
| Social | 79,9 | 36,9 | 120,9 | 160,5 | 269,2 | 182,5 | 340,4 | 526,0 | 541,4 | 623,8 | 452,8 | 554,7 | 684,5 | 521,6 | 526,3 | 476,9 | 584,4 | 676,5 | 473,0 | 348,8 | 470,3 | 669,0 | 725,6 |
| Multisectorial | 42,5 | 82,7 | 42,0 | 31,6 | 167,3 | 479,9 | 361,0 | 39,5 | 63,8 | 56,3 | 36,8 | 56,4 | 71,2 | 86,3 | 62,9 | 114,0 | 47,6 | 52,5 | 239,7 | 91,0 | 107,8 | 100,6 | 76,4 |
| Oruro | 175,4 | 300,8 | 875,0 | 901,8 | 1.057,1 | 749,4 | 873,8 | 854,3 | 894,0 | 1.260,5 | 1.427,6 | 1.296,3 | 1.011,4 | 980,3 | 817,5 | 719,3 | 1.393,0 | 1.899,5 | 1.935,9 | 1.970,9 | 1.265,2 | 1.974,6 | 2.468,5 |
| Infraestructura | 54,0 | 88,9 | 683,2 | 442,0 | 670,5 | 250,9 | 272,2 | 369,2 | 387,3 | 473,3 | 548,0 | 536,5 | 497,6 | 588,2 | 431,9 | 307,5 | 789,3 | 1.154,6 | 680,8 | 633,7 | 441,1 | 671,4 | 1.166,3 |
| Productivo | 91,5 | 102,0 | 37,2 | 177,4 | 123,6 | 84,0 | 192,7 | 97,8 | 99,8 | 170,3 | 102,4 | 113,9 | 126,6 | 117,4 | 93,0 | 121,3 | 202,5 | 355,2 | 580,2 | 690,5 | 278,8 | 928,1 | 459,8 |
| Social | 29,2 | 43,9 | 113,3 | 235,9 | 223,5 | 160,0 | 228,0 | 373,5 | 387,8 | 583,5 | 764,0 | 613,1 | 361,8 | 246,6 | 266,3 | 247,3 | 357,0 | 353,8 | 561,5 | 559,6 | 495,8 | 328,0 | 760,8 |
| Multisectorial | 0,7 | 66,0 | 41,3 | 46,5 | 39,5 | 254,6 | 180,8 | 13,7 | 19,2 | 33,4 | 13,1 | 32,7 | 25,4 | 28,0 | 26,3 | 43,3 | 44,3 | 36,0 | 113,4 | 87,1 | 49,6 | 47,1 | 81,6 |
| Santa Cruz | 2.810,1 | 3.357,9 | 4.109,6 | 3.236,6 | 3.224,8 | 2.497,8 | 2.754,9 | 2.358,7 | 2.202,5 | 2.038,4 | 2.281,1 | 3.097,8 | 3.249,4 | 3.064,1 | 3.318,2 | 3.918,1 | 4.061,6 | 4.649,9 | 4.730,0 | 5.269,4 | 5.518,3 | 5.256,4 | 5.318,0 |
| Infraestructura | 470,1 | 958,1 | 1.791,0 | 1.124,4 | 999,0 | 828,2 | 715,8 | 890,2 | 782,1 | 576,5 | 900,7 | 1.455,8 | 1.356,3 | 1.900,2 | 1.967,2 | 2.715,6 | 2.565,6 | 3.139,2 | 2.820,2 | 2.811,9 | 2.810,1 | 1.643,2 | 1.797,1 |
| Productivo | 1.642,3 | 1.695,7 | 1.578,9 | 1.339,7 | 1.440,1 | 521,7 | 541,8 | 192,0 | 168,0 | 126,4 | 190,1 | 351,8 | 293,1 | 157,1 | 136,2 | 146,7 | 163,1 | 227,7 | 163,4 | 394,5 | 444,6 | 1.506,2 | 1.444,5 |
| Social | 616,5 | 115,5 | 536,8 | 615,6 | 675,3 | 238,9 | 596,4 | 1.142,0 | 1.209,2 | 1.157,9 | 1.047,3 | 1.116,8 | 1.229,5 | 828,2 | 1.088,2 | 896,2 | 1.207,0 | 1.108,2 | 1.567,1 | 1.848,8 | 1.966,2 | 1.824,5 | 1.808,7 |
| Multisectorial | 81,2 | 588,7 | 202,9 | 157,0 | 110,4 | 909,0 | 900,8 | 134,4 | 43,2 | 177,6 | 143,0 | 173,4 | 370,4 | 178,7 | 126,6 | 159,7 | 125,9 | 174,9 | 179,3 | 214,2 | 297,3 | 282,5 | 267,7 |
| Tarja | 981,2 | 1.437,0 | 1.636,0 | 1.380,7 | 1.383,3 | 1.255,5 | 1.115,1 | 1.092,8 | 1.439,3 | 1.392,1 | 1.305,6 | 1.581,1 | 1.917,5 | 1.811,4 | 2.139,1 | 2.482,6 | 3.612,3 | 2.650,7 | 2.243,2 | 2.399,5 | 2.460,6 | 4.171,4 | 4.687,0 |
| Infraestructura | 278,6 | 315,8 | 710,4 | 651,6 | 791,4 | 562,4 | 493,1 | 489,4 | 785,5 | 680,6 | 501,0 | 857,7 | 1.256,6 | 1.194,8 | 1.267,9 | 1.615,6 | 2.541,0 | 1.442,2 | 1.236,9 | 1.457,4 | 1.280,2 | 1.339,5 | 1.737,4 |
| Productivo | 427,2 | 666,2 | 688,8 | 430,8 | 330,6 | 204,4 | 117,6 | 42,7 | 171,9 | 189,8 | 213,2 | 123,8 | 151,0 | 113,4 | 203,1 | 251,9 | 380,5 | 397,7 | 346,9 | 412,9 | 478,5 | 2.189,0 | 2.067,6 |
| Social | 187,9 | 136,6 | 209,6 | 268,5 | 235,6 | 188,2 | 231,2 | 398,0 | 450,0 | 473,2 | 552,8 | 539,8 | 468,3 | 444,6 | 593,0 | 499,6 | 542,0 | 657,4 | 531,3 | 468,6 | 650,1 | 606,9 | 815,2 |
| Multisectorial | 87,6 | 318,5 | 27,3 | 29,8 | 25,6 | 300,5 | 273,2 | 162,7 | 32,0 | 48,4 | 38,5 | 59,8 | 41,6 | 58,6 | 75,2 | 115,5 | 148,8 | 153,4 | 128,1 | 60,5 | 51,8 | 36,1 | 66,8 |
| Beni | 535,2 | 638,7 | 484,7 | 387,8 | 398,5 | 554,2 | 572,1 | 594,4 | 622,0 | 949,0 | 995,4 | 1.103,3 | 1.060,9 | 678,2 | 827,5 | 739,6 | 1.339,8 | 1.559,1 | 1.988,1 | 1.543,3 | 1.248,0 | 2.068,4 | 1.866,3 |
| Infraestructura | 476,4 | 510,6 | 314,2 | 208,5 | 212,8 | 228,9 | 136,4 | 256,8 | 286,1 | 469,3 | 472,1 | 315,7 | 335,0 | 201,5 | 293,1 | 262,3 | 789,9 | 990,3 | 1.196,8 | 1.203,6 | 953,8 | 1.496,4 | 1.089,5 |
| Productivo | 36,4 | 63,4 | 55,5 | 34,4 | 22,4 | 5,8 | 6,6 | 7,5 | 72,4 | 33,8 | 35,4 | 46,6 | 48,7 | 46,7 | 45,9 | 64,2 | 94,3 | 110,0 | 117,0 | 41,4 | 30,2 | 182,5 | 169,4 |
| Social | 19,7 | 51,8 | 98,1 | 127,0 | 158,8 | 168,7 | 322,7 | 307,9 | 230,6 | 338,6 | 428,9 | 642,0 | 579,2 | 351,2 | 398,6 | 311,1 | 414,3 | 369,6 | 610,4 | 251,3 | 216,6 | 320,0 | 557,5 |
| Multisectorial | 2,7 | 12,9 | 17,0 | 17,9 | 4,6 | 150,9 | 106,4 | 22,2 | 32,9 | 107,2 | 59,1 | 99,0 | 97,9 | 78,8 | 89,9 | 102,0 | 41,4 | 89,2 | 63,9 | 47,0 | 47,4 | 69,4 | 49,8 |
| Pando | 54,6 | 180,0 | 220,7 | 152,8 | 140,7 | 103,5 | 113,4 | 362,8 | 303,6 | 301,7 | 378,7 | 491,5 | 493,4 | 384,4 | 345,0 | 345,0 | 968,7 | 1.118,5 | 440,3 | 459,0 | 559,7 | 764,6 | 806,0 |
| Infraestructura | 22,9 | 102,0 | 108,2 | 31,1 | 63,6 | 34,9 | 49,1 | 255,7 | 197,9 | 125,1 | 163,1 | 35,0 | 45,8 | 67,3 | 43,0 | 34,2 | 503,5 | 533,2 | 163,5 | 215,7 | 200,0 | 231,8 | 288,5 |
| Productivo | 4,1 | 0,4 | 0,0 | 1,7 | 0,0 | 1,3 | 1,4 | 8,7 | 17,7 | 12,5 | 18,3 | 33,1 | 45,6 | 45,4 | 45,4 | 57,2 | 160,2 | 182,0 | 56,2 | 48,9 | 55,9 | 121,8 | 109, |

INVERSION PUBLICA: 1990-2012
(En Miles de Bolivianos)

| Año | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Programado | 14.936,1 | 19.166,1 | 14.951,3 | 15.828,4 | 17.081,1 | 17.536,9 | 15.554,1 | 15.938,2 | 15.681,8 | 16.178,5 | 16.516,6 | 17.703,9 | 19.228,5 | 18.979,1 | 14.229,8 | 15.886,6 | 18.039,2 | 28.760,3 | 22.863,0 | 33.166,2 | 29.745,9 | 34.490,1 | 43.051,8 |
| Ejecutado | 10.026,4 | 12.823,9 | 15.598,5 | 14.469,1 | 15.488,0 | 14.627,3 | 15.701,2 | 14.305,9 | 12.907,3 | 14.006,0 | 15.549,5 | 17.859,0 | 17.272,1 | 14.803,7 | 17.091,3 | 17.104,6 | 20.816,8 | 21.660,1 | 24.293,2 | 25.792,8 | 25.045,2 | 30.984,9 | 38.039,1 |

Fuente: Viceministerio de Inversión Pública y Financiamiento Externo.

Elaboración: Propia

INGRESO PER CAPITA SEGÚN DEPARTAMENTO: 1990-2012
(En Bolivianos)

| Año | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Chuquisaca | 2.235 | 2.228 | 2.157 | 2.167 | 2.089 | 2.056 | 2.004 | 2.089 | 2.144 | 2.264 | 2.183 | 2.141 | 2.123 | 2.053 | 2.102 | 2.087 | 2.173 | 2.177 | 2.286 | 2.309 | 2.391 | 2.451 | 2.624 |
| La Paz | 2.084 | 2.187 | 2.225 | 2.268 | 2.322 | 2.402 | 2.420 | 2.369 | 2.223 | 2.243 | 2.200 | 2.169 | 2.240 | 2.316 | 2.340 | 2.328 | 2.381 | 2.456 | 2.564 | 2.649 | 2.733 | 2.856 | 2.954 |
| Cochabamba | 2.310 | 2.327 | 2.313 | 2.375 | 2.471 | 2.581 | 2.647 | 2.708 | 2.768 | 2.750 | 2.753 | 2.690 | 2.638 | 2.554 | 2.635 | 2.613 | 2.664 | 2.705 | 2.741 | 2.760 | 2.825 | 2.884 | 2.933 |
| Potosí | 1.332 | 1.393 | 1.420 | 1.470 | 1.384 | 1.389 | 1.441 | 1.446 | 1.429 | 1.507 | 1.571 | 1.522 | 1.569 | 1.654 | 1.687 | 1.723 | 1.785 | 2.004 | 2.478 | 2.664 | 2.633 | 2.732 | 2.504 |
| Oruro | 2.299 | 2.435 | 2.436 | 2.568 | 2.768 | 2.927 | 2.963 | 3.294 | 3.525 | 3.419 | 3.355 | 3.373 | 3.268 | 3.082 | 2.905 | 3.002 | 3.132 | 3.209 | 3.774 | 3.961 | 4.034 | 4.157 | 4.022 |
| Santa Cruz | 3.108 | 3.183 | 3.098 | 3.118 | 3.208 | 3.229 | 3.322 | 3.406 | 3.695 | 3.396 | 3.434 | 3.428 | 3.325 | 3.285 | 3.273 | 3.299 | 3.328 | 3.327 | 3.325 | 3.317 | 3.342 | 3.437 | 3.633 |
| Tarija | 2.692 | 2.788 | 2.701 | 2.659 | 2.667 | 2.584 | 2.629 | 2.980 | 3.206 | 3.068 | 3.108 | 3.237 | 3.638 | 4.049 | 4.683 | 5.713 | 5.960 | 6.259 | 6.390 | 6.157 | 6.442 | 6.692 | 7.163 |
| Beni | 2.360 | 2.272 | 2.160 | 2.177 | 2.173 | 2.179 | 2.191 | 2.269 | 2.284 | 2.380 | 2.376 | 2.370 | 2.318 | 2.268 | 2.260 | 2.242 | 2.427 | 2.405 | 2.445 | 2.492 | 2.530 | 2.537 | 2.515 |
| Pando | 2.703 | 2.630 | 2.534 | 2.654 | 2.862 | 2.991 | 3.048 | 3.232 | 3.615 | 3.757 | 3.993 | 4.013 | 3.852 | 3.637 | 3.620 | 3.615 | 3.652 | 3.916 | 3.975 | 3.846 | 3.859 | 3.818 | 3.816 |
| Bolivia | 2.316 | 2.383 | 2.367 | 2.413 | 2.467 | 2.523 | 2.572 | 2.636 | 2.703 | 2.650 | 2.653 | 2.636 | 2.640 | 2.651 | 2.702 | 2.761 | 2.834 | 2.902 | 3.019 | 3.060 | 3.125 | 3.226 | 3.326 |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística

Elaboración: Propia

TIPO DE CAMBIO: 1990-2012
(Bolivianos por Dólar)

| Año | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Promedio | 3,18 | 3,59 | 3,91 | 4,27 | 4,62 | 4,81 | 5,08 | 5,26 | 5,51 | 5,83 | 6,19 | 6,62 | 7,19 | 7,66 | 7,94 | 8,04 | 7,96 | 7,78 | 7,17 | 6,97 | 6,97 | 6,89 | 6,86 |

Fuente: Banco Central de Bolivia
Elaboración: Propia

DEFLACTOR IMPLICITO DEL PIB SEGÚN DEPARTAMENTO (1): 1990-2012
(1990=100)

| DESCRIPCION | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Chuquisaca | 100,0 | 117,1 | 130,6 | 136,4 | 142,5 | 160,7 | 178,9 | 191,6 | 213,4 | 218,4 | 229,0 | 236,8 | 243,4 | 258,0 | 277,3 | 269,9 | 316,0 | 338,2 | 387,1 | 369,4 | 396,3 | 445,9 | 486,8 |
| La Paz | 100,0 | 117,6 | 134,1 | 146,2 | 160,3 | 180,4 | 204,1 | 214,3 | 231,5 | 235,3 | 251,1 | 253,9 | 259,6 | 270,5 | 285,7 | 308,2 | 346,8 | 379,5 | 418,7 | 413,2 | 446,4 | 510,7 | 550,4 |
| Cochabamba | 100,0 | 123,3 | 140,2 | 150,1 | 159,0 | 171,1 | 187,2 | 198,7 | 215,1 | 224,4 | 237,3 | 240,8 | 248,0 | 263,8 | 281,0 | 297,1 | 323,5 | 346,2 | 377,3 | 368,4 | 391,0 | 432,2 | 469,1 |
| Potosí | 100,0 | 106,7 | 121,2 | 113,7 | 133,7 | 156,9 | 177,7 | 187,8 | 196,7 | 204,4 | 212,2 | 218,5 | 219,0 | 233,4 | 262,4 | 264,3 | 366,0 | 358,3 | 399,6 | 398,9 | 475,3 | 570,2 | 500,2 |
| Oruro | 100,0 | 108,2 | 124,0 | 126,4 | 144,5 | 163,5 | 184,3 | 188,0 | 200,6 | 203,1 | 212,1 | 213,9 | 223,2 | 244,2 | 281,4 | 291,3 | 325,0 | 362,3 | 396,1 | 385,4 | 446,4 | 525,4 | 510,8 |
| Santa Cruz | 100,0 | 118,4 | 133,6 | 143,6 | 151,9 | 168,1 | 186,9 | 200,6 | 212,1 | 216,2 | 226,4 | 231,8 | 239,9 | 256,3 | 276,7 | 288,8 | 325,1 | 343,1 | 382,4 | 368,9 | 404,0 | 456,7 | 495,0 |
| Tarija | 100,0 | 114,3 | 126,1 | 135,1 | 141,3 | 157,5 | 174,5 | 188,4 | 202,2 | 208,7 | 221,0 | 226,4 | 231,9 | 256,7 | 289,8 | 330,3 | 384,8 | 433,6 | 465,8 | 450,2 | 463,7 | 560,5 | 646,0 |
| Beni | 100,0 | 124,7 | 140,0 | 148,8 | 160,1 | 180,4 | 200,6 | 205,3 | 221,1 | 220,7 | 222,5 | 226,8 | 230,6 | 241,6 | 253,9 | 257,6 | 293,0 | 280,5 | 318,2 | 329,6 | 355,4 | 381,4 | 397,0 |
| Pando | 100,0 | 116,7 | 131,3 | 140,1 | 150,4 | 168,0 | 187,2 | 197,0 | 211,5 | 217,9 | 224,3 | 233,0 | 235,8 | 245,6 | 261,6 | 299,4 | 311,4 | 351,9 | 380,9 | 361,2 | 412,9 | 481,9 | 518,9 |
| Bolivia | 100,0 | 117,7 | 133,2 | 142,0 | 153,3 | 170,8 | 190,5 | 201,4 | 215,6 | 220,8 | 232,3 | 236,6 | 243,3 | 258,7 | 279,3 | 295,9 | 336,3 | 361,1 | 398,6 | 389,0 | 423,1 | 484,8 | 518,3 |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística.

Elaboración: Propia

(1): A Precios de Mercado